TERCERA SECCION

SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO

ANEXOS del 5.1.6-a. al 13.3.1. de la Circular Única de Seguros y Fianzas, publicada el 19 de diciembre de 2014.

(Viene de la Segunda Sección)

Seguros temporales			
Año de vigencia	**Nacional**	**Dólar**	**Indexada**
1	37.08%	21.62%	29.86%
2	24.01%	14.94%	19.02%
3	18.62%	12.04%	14.60%
4	15.55%	10.33%	12.11%
5	13.52%	9.17%	10.47%
6	12.06%	8.32%	9.30%
7	10.95%	7.66%	8.41%
8	10.07%	7.14%	7.71%
9	9.35%	6.70%	7.14%
10	8.75%	6.34%	6.67%
11	8.24%	6.02%	6.27%
12	7.81%	5.75%	5.92%
13	7.43%	5.51%	5.62%
14	7.09%	5.30%	5.36%
15	6.79%	5.11%	5.12%
16	6.52%	4.93%	4.91%
17 o más	6.28%	4.78%	4.72%

Seguros dotales			
Año de vigencia	**Nacional**	**Dólar**	**Indexada**
1	36.02%	16.54%	20.54%
2	22.27%	12.02%	14.00%
3	16.80%	9.98%	11.19%
4	13.76%	8.74%	9.54%
5	11.79%	7.89%	8.43%
6	10.39%	7.25%	7.63%
7	9.33%	6.76%	7.00%
8	8.51%	6.35%	6.50%
9	7.84%	6.02%	6.09%
10	7.29%	5.74%	5.75%
11	6.82%	5.49%	5.45%
12	6.42%	5.27%	5.20%
13	6.07%	5.08%	4.97%
14	5.77%	4.91%	4.77%
15 o más	5.50%	4.76%	4.59%

En el caso de los seguros de pensiones bajo esquemas privados a que se refiere la fracción I, segundo párrafo del artículo 27 de la LISF, la tasa de caducidad que se deberá utilizar, para efectos de aplicación del método estatutario de valuación de la reserva de riesgos en curso, será cero.

ANEXO 5.4.6.

PROBABILIDAD PROMEDIO DE PERSISTENCIA PARA EL CÁLCULO DEL MARGEN DE RIESGO DE LOS SEGUROS DE VIDA DE LARGO PLAZO, MEDIANTE EL EMPLEO DEL MÉTODO ESTATUTARIO

Las probabilidades promedio de persistencia que se deberán aplicar para efectos del cálculo del margen de riesgo de los seguros de vida de largo plazo, determinadas con base en las tasas de caducidad y mortalidad del mercado, correspondientes a cada uno de los planes tipo *i*, por moneda, $P_i(t)$, son las siguientes:

I. Seguros temporales entre 2 y 10 años.

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	70.54%	80.30%	79.13%
3	55.19%	68.12%	65.42%
4	44.71%	58.90%	54.57%
5	36.90%	51.59%	45.69%
6	30.83%	45.27%	38.05%
7	23.52%	39.04%	30.42%
8	17.59%	32.87%	20.76%
9	13.01%	27.94%	13.97%
10	10.03%	23.80%	8.82%

II. Seguros temporales mayores a 10 años

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	80.84%	90.28%	85.77%
3	67.64%	82.40%	75.56%
4	57.16%	75.48%	67.18%
5	48.60%	68.83%	60.02%
6	41.31%	61.73%	53.58%
7	34.98%	54.40%	47.48%
8	29.59%	46.81%	41.95%
9	25.01%	39.13%	36.66%
10	21.18%	31.52%	31.20%
11	16.65%	24.76%	26.20%
12	13.31%	19.25%	21.05%
13	10.26%	14.78%	16.60%
14	7.86%	11.27%	12.94%
15	5.80%	8.57%	9.75%
16	4.20%	6.42%	7.48%

17	2.99%	4.81%	5.54%
18	2.19%	3.71%	3.95%
19	1.68%	2.92%	3.02%
20	1.47%	2.38%	2.65%

III. Seguros dotales entre 2 y 10 años

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	73.40%	83.92%	83.75%
3	57.64%	72.13%	70.74%
4	46.50%	62.82%	59.73%
5	38.00%	55.24%	49.60%
6	31.25%	48.62%	40.45%
7	25.49%	42.88%	29.97%
8	20.20%	38.17%	20.46%
9	13.47%	33.72%	11.09%
10	8.53%	30.95%	6.92%

IV. Seguros dotales mayores a 10 años

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	82.99%	92.85%	88.89%
3	68.12%	86.50%	80.13%
4	52.59%	80.73%	72.66%
5	35.39%	74.87%	66.08%
6	25.48%	68.60%	60.18%
7	21.24%	61.82%	54.76%
8	17.87%	54.33%	49.74%
9	14.59%	46.47%	44.95%
10	11.83%	38.75%	40.09%
11	9.93%	31.43%	34.75%
12	8.34%	25.06%	29.33%
13	7.07%	19.51%	24.36%
14	5.93%	14.86%	20.22%
15	4.90%	10.89%	16.36%
16	3.88%	7.69%	13.06%

17	3.04%	5.28%	9.88%
18	2.47%	3.61%	7.04%
19	2.16%	2.39%	4.93%
20	1.97%	1.91%	3.86%

V. Seguros vitalicios

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	88.41%	75.68%	75.67%
3	79.52%	64.50%	64.49%
4	70.87%	57.37%	57.35%
5	62.65%	52.21%	52.18%
6	54.10%	48.19%	48.16%
7	48.30%	44.93%	44.90%
8	43.81%	42.20%	42.16%
9	39.95%	39.83%	39.82%
10	36.49%	37.73%	37.78%
11	33.50%	35.79%	35.98%
12	30.88%	33.83%	34.37%
13	28.38%	31.96%	32.92%
14	26.08%	30.20%	31.60%
15	23.90%	28.15%	30.39%
16	21.83%	26.17%	28.86%
17	19.91%	24.27%	24.93%
18	18.06%	22.51%	22.19%
19	16.28%	20.83%	19.05%
20	14.74%	19.48%	15.20%
21	13.26%	18.28%	12.83%
22	10.95%	16.76%	11.36%
23	9.58%	15.04%	9.70%
24	8.21%	13.53%	7.83%
25	7.22%	12.15%	6.15%
26	6.34%	10.71%	5.55%

27	5.42%	9.24%	4.82%
28	4.21%	7.48%	3.99%
29	3.46%	5.46%	2.95%
30 o más	3.21%	3.09%	1.20%

Seguros de rentas contingentes

Factores $P_{i,j}(t)$, por moneda			
Año (t)	**Nacional**	**Extranjera**	**Indizada**
1	100.00%	100.00%	100.00%
2	99.39%	99.39%	99.13%
3	98.72%	98.72%	98.12%
4	97.98%	97.98%	96.95%
5	97.12%	97.12%	95.56%
6	96.14%	96.14%	93.92%
7	94.99%	94.99%	91.96%
8	93.63%	93.63%	89.62%
9	92.02%	92.02%	86.83%
10	90.09%	90.09%	83.53%
11	87.80%	87.80%	79.64%
12	85.07%	85.07%	75.10%
13	81.83%	81.83%	69.88%
14	78.02%	78.02%	63.97%
15	73.58%	73.58%	57.40%
16	68.47%	68.47%	50.28%
17	62.67%	62.67%	42.76%
18	56.24%	56.24%	35.11%
19	49.26%	49.26%	27.61%
20	41.90%	41.90%	20.63%
21	34.39%	34.39%	14.50%
22	27.06%	27.06%	9.46%
23	20.22%	20.22%	5.65%
24	14.20%	14.20%	3.04%
25	9.27%	9.27%	1.44%
26	5.54%	5.54%	0.59%

27	2.98%	2.98%	0.20%
28	1.41%	1.41%	0.06%
29	0.58%	0.58%	
30	0.20%	0.20%	
31 o más	0.05%	0.05%	

ANEXO 5.5.11.

FORMA Y TÉRMINOS PARA LA PRESENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE CURVAS DE TASAS DE INTERÉS EQUIVALENTES QUE REFLEJEN LAS TASAS DE INTERÉS TÉCNICO PREVISTAS ORIGINALMENTE PARA LA VALUACIÓN DE LA RESERVA DE RIESGOS EN CURSO ("TASA TÉCNICA PACTADA").

Las Instituciones y Sociedades Mutualistas, para efectos de lo establecido en la Disposición 5.5.11, deberán presentar a la Comisión, la metodología para la estimación de las curvas de tasas de interés equivalentes que reflejen las tasas de interés técnico previstas originalmente para la valuación de la reserva de riesgos en curso, en términos de lo siguiente.

El producto deberá contener lo siguiente:

I. La metodología, junto con los resultados obtenidos, en archivo electrónico en un documento en formato PDF.

II. Una carta, en formato PDF, firmada por el responsable de la función actuarial, dirigida a la Dirección General de Supervisión Actuarial, en la cual se deberá indicar, en su caso, si se trata de la sustitución o modificación a una metodología ya registrada.

Para su envío, el producto RRCVRTTP deberá encriptarse en un solo archivo en formato .ZIP.PGP, cuyo nombre deberá integrarse de 13 caracteres alfanuméricos, ordenados como sigue:

a) En las primeras ocho posiciones deberá escribirse el identificador específico del archivo: RRCVRTTP.

b) En la novena posición deberá ponerse la clave del tipo de Institución o Sociedad Mutualista:

Clave	Definición
S	Otras Instituciones de Seguros y Sociedades Mutualistas.

c) De la décima a la décima tercera posiciones deberá ponerse el número asignado a Institución o Sociedad Mutualista de que se trate. Dicho número deberá antecederse con ceros hasta ocupar las cuatro posiciones.

Ejemplo:

Clave de la compañía: "S"

Número de la compañía: "0009"

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Extensión	
R	R	C	V	R	T	T	P	S	0	0	0	9	.ZIP	.PGP

Documento en formato PDF conteniendo la metodología y los resultados obtenidos

El documento en formato PDF, deberá contener la metodología, junto con los resultados obtenidos en la estimación de curvas de tasas de interés equivalentes que reflejen las tasas de interés técnico previstas originalmente para la valuación de la reserva de riesgos en curso.

El nombre del archivo magnético en formato PDF, deberá integrarse de 16 caracteres alfanuméricos que deberán estar ordenados como sigue:

a) En las primeras once posiciones deberá escribirse el identificador específico del archivo: "RRCVRTTPMET"

b) En la décima segunda posición deberá escribirse la clave del tipo de compañía.

Clave	Definición
S	Otras Instituciones de Seguros y Sociedades Mutualistas.

d) De la décima tercera a la décima sexta posiciones deberá escribirse el número asignado a la institución o sociedad de que se trate. Dicho número deberá antecederse con ceros hasta ocupar las cuatro posiciones.

Ejemplo:

Clave de la compañía: "S"

Número de la compañía: "0009"

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Extensión
R	R	C	V	R	T	T	P	M	E	T	S	0	0	0	9	.PDF

Carta firmada por el responsable de la función actuarial, en formato PDF

Una carta firmada por el responsable de la función actuarial, dirigida a la Dirección General de Supervisión Actuarial, en la cual se deberá indicar, en su caso, si se trata de la sustitución o modificación a una metodología ya registrada.

El nombre del archivo magnético en formato PDF que contenga la carta, deberá integrarse de 16 caracteres alfanuméricos que deberán estar ordenados como sigue:

a) En las primeras once posiciones deberá escribirse el identificador específico del archivo: "RRCVRTTPCAR"

b) En la décima segunda posición deberá escribirse la clave del tipo de compañía.

Clave	Definición
S	Otras Instituciones de Seguros y Sociedades Mutualistas.

d) De la décima tercera a la décima sexta posiciones deberá escribirse el número asignado a la institución o sociedad de que se trate. Dicho número deberá antecederse con ceros hasta ocupar las cuatro posiciones.

Ejemplo:

Clave de la compañía: “S”

Número de la compañía: “0009”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Extensión
R	R	C	V	R	T	T	P	C	A	R	S	0	0	0	9	.PDF

ANEXO 5.6.1-a.

BASES TÉCNICAS PARA EL CÁLCULO DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE DE LOS SEGUROS AGRÍCOLAS Y DE ANIMALES

Las bases técnicas para la determinación de la pérdida máxima probable correspondiente a la cartera de pólizas en vigor de los seguros agrícolas y de animales, son las siguientes:

PARTE I

DE LAS BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE DE LOS SEGUROS AGRÍCOLAS Y DE ANIMALES

I. Introducción

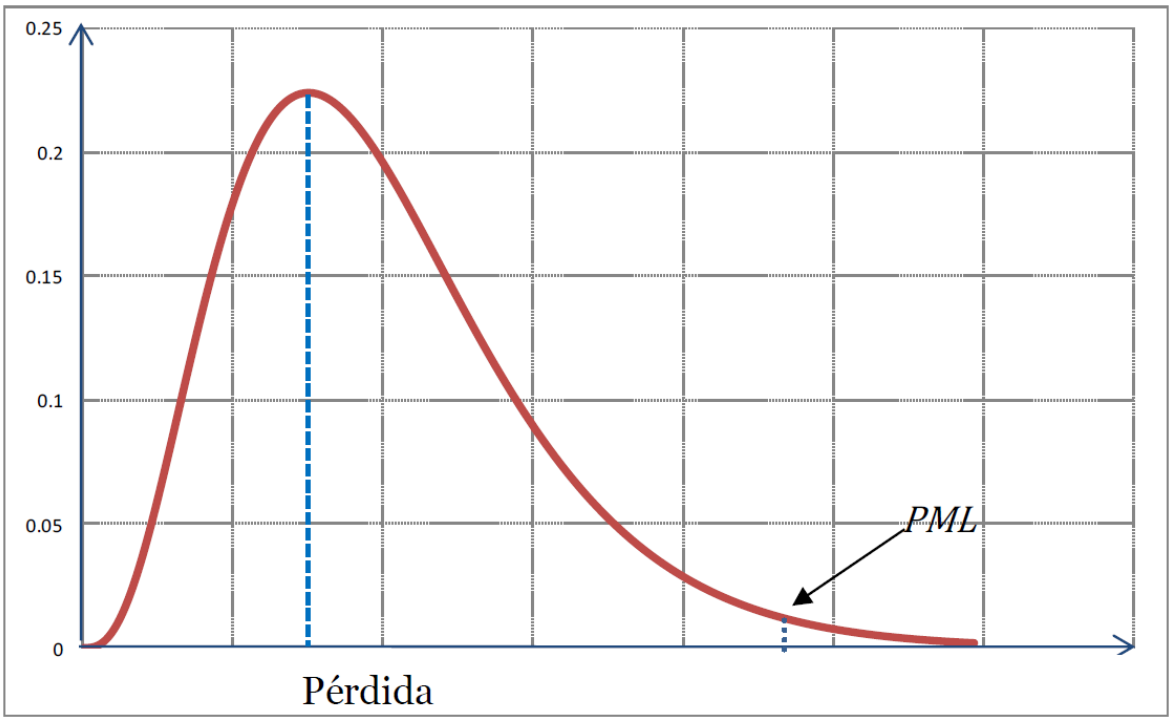
En el marco de la regulación mexicana, el seguro agrícola y de animales tiene como finalidad cubrir el pago de indemnizaciones o resarcimiento de inversiones, por los daños o perjuicios que sufran los asegurados por pérdida parcial o total de los provechos esperados de la tierra o por muerte, pérdida o daños ocurridos a sus animales.

Los riesgos cubiertos en los seguros agrícolas y de animales pueden generar pérdidas catastróficas y, por ello, la Disposición 5.6.1 de la presente Circular prevé la constitución de una reserva técnica especial para riesgos catastróficos en este tipo de seguros.

II. El modelo de cálculo de la $\boldsymbol{PML}$

La metodología de cálculo de la pérdida máxima probable (PML) se basa en estimar las pérdidas al 99.5% de confianza, simulando dichas pérdidas mediante escenarios creados a partir de la información estadística de siniestros que ha presentado el mercado en los últimos 15 años. En ese sentido, la PML queda definida como el valor que pueden tener las pérdidas simuladas (X), a un nivel de confianza del 99.5%. Para ello, es necesario conocer la función de distribución de las pérdidas y, a partir de dicha función, hacer la estimación mencionada.

$$PML = X_{1-\epsilon} \quad \text{tal que } \Pr(X_{1-\epsilon} > X) \leq 0.005$$



a) La función de probabilidad de siniestros agregados

La siniestralidad anual de una cartera de pólizas de seguro, sea bruta o a retención, es una variable aleatoria que puede modelarse en términos nominales o absolutos, o bien, como un índice relativo a la suma asegurada o a la prima emitida.

En este documento, las variables de interés serán la *siniestralidad bruta agregada anual* y la *siniestralidad agregada de retención anual*. El concepto *agregado* se refiere a la siniestralidad de toda la cartera de una compañía del seguro en estudio, en este caso, el seguro agrícola y de animales. En adelante, se omitirán los calificativos *anual* y *agregada*, siempre que se haga alusión al concepto de siniestralidad.

La siniestralidad se expresará en términos de las *primas emitidas* y *retenidas anuales*, multiplicadas por un factor o *índice de siniestralidad*; esto es, si SB, SR y X denotan la *siniestralidad bruta*, la *siniestralidad de retención* y el *índice de siniestralidad bruta* (concepto que se define a continuación), respectivamente, entonces $SB = PE * X$ y $SR = PR * X$, donde PE y PR representan la *prima emitida anual* y la *prima retenida anual*.

El *índice de siniestralidad bruta* que, en adelante se denominará *índice de siniestralidad*, mide cuánto representa, en el período de un año, la *siniestralidad bruta,* de la *prima emitida anual*. Este índice, que se ha representado genéricamente como X, es una variable aleatoria que, al menos teóricamente, puede tomar valores en el intervalo $[0, \infty)$.

Según la definición que se ha dado, el *índice de siniestralidad* se calcula como

$$X = \frac{SB}{PE}$$

En el presente estudio, el *índice de siniestralidad* se determinará para cada entidad federativa, distinguiendo dos tipos de negocio o cartera, a saber: **fondos** y **no fondos**. Los primeros se refieren a aquellos negocios en los que la institución aseguradora, actuando como reaseguradora, toma prima de los diversos fondos de aseguramiento agropecuario y rural que operan en el país[1]; y los segundos, al negocio, directo o tomado, no relacionado con los *fondos de aseguramiento*.

[1]Conforme a la *Ley de fondos de aseguramiento agropecuario y ru*ral, son sociedades que tienen por objeto ofrecer protección mutualista y solidaria a sus socios a través de operaciones activas de seguros y coaseguros para el aseguramiento de los bienes conexos a la actividad agropecuaria, rural y patrimonial.

Para efectos de notación, al representar variables relacionadas con la entidad federativa j y el tipo de negocio t , se utilizará la siguiente notación genérica:

$$V_j^t$$

Así, por ejemplo, el *índice de siniestralidad* para la entidad federativa *Aguascalientes* y el tipo de negocio f se denotará por $X^f_{Aguascalientes}$.

Para cada entidad federativa y tipo de negocio, se ha recopilado información histórica sobre el comportamiento del *índice de siniestralidad*. Dada la escasez de información, no se han ajustado funciones de probabilidad para este indicador, a nivel de entidad federativa; en su lugar, se considerará la *distribución empírica* como elemento de construcción de la *siniestralidad agregada*.

Sean

$$_1x_j^t, {}_2x_j^t, {}_3x_j^t, \dots, {}_{n_{j,t}}x_j^t$$

los distintos valores que se han observado históricamente del *índice de siniestralidad* para la entidad federativa j y el tipo de negocio t. Este conjunto de observaciones se considerarán como el rango de la variable aleatoria X_j^t, es decir,

$$Ran_{X_j^t} = \left\{ {}_1x_j^t, {}_2x_j^t, {}_3x_j^t, \dots, {}_{n_{j,t}}x_j^t \right\}$$

Las probabilidades asociadas a estos valores se denotarán por

$${}_kp_j^t = P\left[X_j^t = {}_kx_j^t\right], \quad k \in \{1,2,\dots,n_{j,t}\}$$

Dado que una determinada entidad federativa puede experimentar los mismos efectos de siniestralidad de las entidades con las que colinda[2] con una alta probabilidad, en este modelo se hace el supuesto de que los eventos que le han ocurrido a los estados colindantes le pueden ocurrir al estado en donde se encuentra ubicado el riesgo asegurado. Este supuesto se denominará *efecto de contagio*.

Sea $X_{c,j}^t$ la variable aleatoria que representa el *índice de siniestralidad* en el tipo de negocio t de las entidades colindantes con la entidad federativa j. Los distintos valores que puede tomar esta variable aleatoria serán denotados por

$$Ran_{X_{c,j}^t} = \left\{ {}_1x_{c,j}^t, {}_2x_{c,j}^t, {}_3x_{c,j}^t, \dots, {}_{n_{c,j,t}}x_j^t \right\}$$

Por otro lado, las correspondientes probabilidades serán

$${}_kp_{c,j}^t = P\left[X_{c,j}^t = {}_kx_{c,j}^t\right], \quad k \in \{1,2,\dots,n_{c,j,t}\}$$

Para introducir el *efecto de contagio*, la *siniestralidad bruta* de la entidad federativa j para el tipo de negocio t, SB_j^t, se calculará como:

$$SB_j^t = PE_j^t \left[Y_j^t | \alpha_j^t \right]$$

donde

PE_j^t prima emitida en la entidad federativa j, tipo de negocio t,

$$Y_j^t | \alpha_j^t = \begin{cases} X_j^t, & si\ U_{j,t} \le \alpha_j^t \\ X_{c,j}^t, & si\ U_{j,t} > \alpha_j^t \end{cases}$$

$U_{j,t}$ variable aleatoria *uniforme continua* en $[0,1)$,

[2] Véase [2].

α_j^t factor de peso asociado al *índice de siniestralidad* de la entidad federativa i y tipo de negocio t.

$$\alpha_j^t = máx\left\{0.5, \frac{\sum_{i=1997}^{2011} {}_iPE_j^t}{\sum_{i=1997}^{2011}\sum_c {}_iPE_{c,j}^t + \sum_{i=1997}^{2011} {}_iPE_j^t}\right.$$

${}_iPE_j^t$ prima emitida en la entidad federativa j, tipo de negocio t en el año i,

${}_iPE_{c,j}^t$ prima emitida en los estados colindantes con la entidad federativa j, tipo de negocio t, en el año i .

Dado que la función de probabilidad de $Y_j^t|\alpha_j^t$ es

$$P\left[Y_j^t|\alpha_j^t = y_j^t\right] = \begin{cases} P\left[X_j^t = {}_kx_j^t\right]P\left[U_{j,t} \le \alpha_j^t\right], & si \;\; y_j^t = {}_kx_j^t \;\; para\ alguna \quad k \in \{1,2,\dots,n_{j,t}\} \\ P\left[X_{c,j}^t = {}_kx_{c,j}^t\right]P\left[U_{j,t} > \alpha_j^t\right], & si\ y_j^t = {}_kx_{c,j}^t \;\; para\ alguna\ k \in \{1,2,\dots,n_{c,j,t}\} \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

$$= \begin{cases} {}_kx_j^t\alpha_j^t, & si\ y_j^t = {}_kx_j^t\ para\ alguna\ k \in \{1,2,\dots,n_{j,t}\} \\ {}_kx_j^t\left(1-\alpha_j^t\right), & si\ y_j^t = {}_kx_{c,j}^t\ para\ alguna\ k \in \{1,2,\dots,n_{c,j,t}\} \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

entonces,

$$Y_j^t|\alpha_j^t \sim Z_j^t$$

donde Z_f^t es la variable aleatoria que toma los valores

$$\left\{{}_1x_j^t, {}_2x_j^t, {}_3x_j^t, \dots, {}_{n_{j,t}}x_j^t, {}_1x_{c,j}^t, {}_2x_{c,j}^t, {}_3x_{c,j}^t, \dots, {}_{n_{c,j,t}}x_j^t\right\}$$

con respectivas probabilidades

$$\left\{{}_1p_j^t\alpha_j^t, {}_2p_j^t\alpha_j^t, {}_3p_j^t\alpha_j^t, \dots, {}_{n_{j,t}}p_j^t\alpha_j^t, {}_1p_{c,j}^t\left(1-\alpha_j^t\right), {}_2p_{c,j}^t\left(1-\alpha_j^t\right), {}_3p_{c,j}^t\left(1-\alpha_j^t\right), \dots, {}_{n_{c,j,t}}p_{c,j}^t\left(1-\alpha_j^t\right)\right\}$$

El modelo de cálculo se construirá sobre la premisa de que los *índices de siniestralidad* de las distintas entidades federativas, son independientes entre sí.

En términos de los conceptos, variables y supuestos que se han definido, la *siniestralidad agregada bruta* de la cartera, SB, se calculará como

$$SB = \sum_{j,t} SB_j^t$$

en tanto que la *siniestralidad agregada de retención* de la cartera, SR, será

$$SR = \sum_{j,t} SR_j^t$$

donde

$$SR_j^t = PR_j^t\left[Y_j^t|\alpha_j^t\right]$$

b) Definición de pérdida máxima probable (PML)

Existen distintas medidas de riesgo, entre las que se encuentran el VaR y el $TVaR$. Para efectos de este estudio, se determinará la *pérdida máxima probable bruta* como el VaR al 99.5% de SB, es decir, el valor $PML_{99.5\%}$, que satisface

$$PML_{99.5\%} = inf\{\beta: P[SB \ge \beta] = 1 - 0.995\}$$

Análogamente, la *pérdida máxima probable de retención* será el VaR al 99.5% de SR.

c) Cobertura de la pérdida máxima probable

La *pérdida máxima probable* calculada con la metodología desarrollada servirá de base para fijar el requerimiento de solvencia y el capital mínimo de garantía. La cobertura del requerimiento de solvencia se hará con el saldo de la reserva catastrófica de los seguros agrícolas y con la cobertura de reaseguro XL que se tenga contratado para estos efectos.

d) Estimación de la función de probabilidad de los siniestros agregados vía simulación

En vista de que tanto X_j^t, como $X_{c,j}^t$, son variables aleatorias discretas, se tiene que SB_j^t, SR_j^t, *SB* y *SR,* también son variables aleatorias discretas. Las funciones de probabilidad de *SB* y *SR*, corresponden a las convoluciones de los conjuntos de v.a.

$$\{SB_j^t\}_{j,t} \text{ y } \{SR_j^t\}_{j,t},$$

respectivamente.

Teóricamente, las funciones de probabilidad de estas variables aleatorias son relativamente fáciles de obtener. No obstante, si se considera que, con la información histórica con que se cuenta a la fecha, el número de posibles valores distintos que pueden tomar *SB* y *SR* es de aproximadamente $1.50E+107$, cada una. Surge, entonces, la necesidad de emplear métodos numéricos para calcular características como la media, la varianza o los percentiles de estas variables. Por lo anterior, el percentil 99.5% de la v.a. *SB* (o, en su caso, de *SR*), se estimará a partir de simulación aleatoria, mediante el algoritmo que se expone a continuación.

1) Algoritmo general

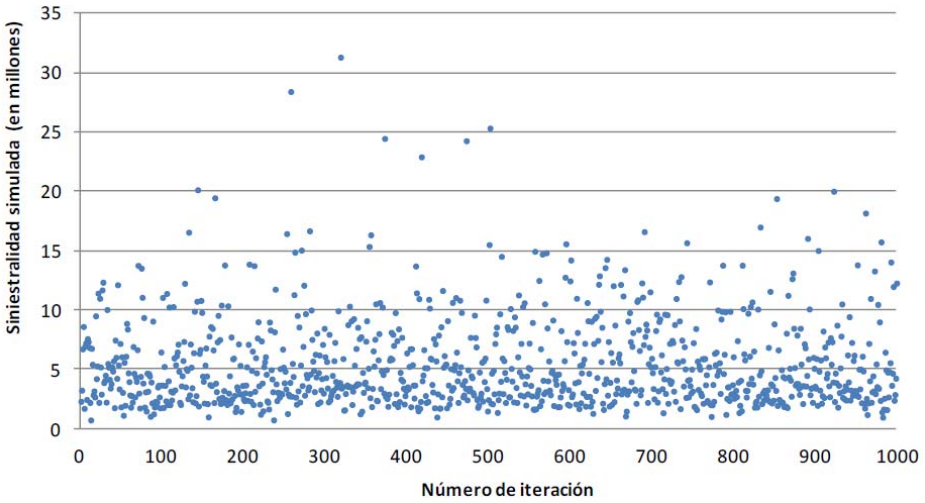
El procedimiento de simulación consiste en los siguientes pasos.

i) Para cada entidad federativa *j* y tipo de negocio *t* (fondos, no fondos):

- Generar $U_{j,t}$ v.a. uniforme continua en $[0,1)$.
- Comparar $U_{j,t}$ con α_i^t. Si $U_{j,t} \leq \alpha_j^t$, se simula un valor de X_j^t, de lo contrario, se genera un valor de $X_{c,j}^t$.
- Para simular X_j^t, se genera una v.a. U uniforme continua en $[0,1)$ y se calcula $\lfloor U \cdot n_{j,t} \rfloor + 1$, donde $n_{j,t}$ es el número de distintos posibles valores que toma el índice de siniestralidad X_j^t. Sean ${}_{(1)}x_j^t, {}_{(2)}x_j^t, \ldots, {}_{(n_{j,t})}x_j^t$ los distintos valores de X_j^t. Sea k la realización de la v.a. $\lfloor U \cdot n_{j,t} \rfloor + 1$, entonces tomar $X_j^t = {}_{(k)}x_j^t$. Análogo procedimiento se utiliza para simular $X_{c,j}^t$.
- El valor obtenido en el paso anterior se multiplica por la prima emitida (en su caso, prima retenida) para obtener la siniestralidad bruta (o de retención) por entidad federativa y tipo de negocio.

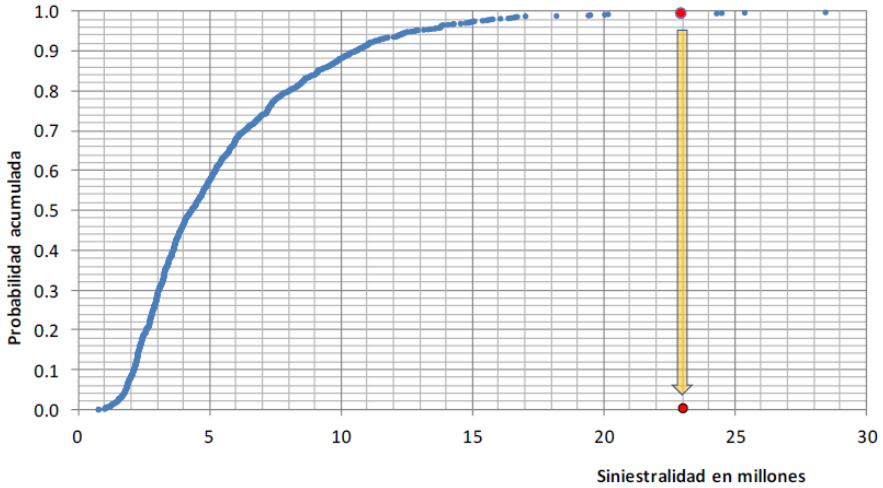
ii) Los valores obtenidos en el proceso anterior se suman para obtener una realización de la variable aleatoria *SB* (o *SR*, según sea el caso).

iii) Se repiten los pasos i) y ii) para obtener una muestra de tamaño *n* para la variable aleatoria de interés: $s_1, s_2, \ldots, s_n$.



iv) A partir de esta muestra, se construye la función de distribución empírica y se calcula el percentil deseado[3].

Orden	1	2	3	...	993	994	995	996	997	...	...	1000
Siniestralidad simulada	741,972	746,482	975,023	...	989,189	20,146,692	22,923,582	24,278,388	24,471,467	...	...	31,324,365
Probabilidad acumulada	0.1%	0.2%	0.3%	...	99.3%	99.4%	99.5%	99.6%	99.7%	...	...	100.0%



2) Criterios de paro

El número de iteraciones, n, que habrán de realizarse dependerá del nivel de confianza, $1-\alpha$, y el error tolerable, $\mathcal{E}$, y se determinará con el siguiente algoritmo:

i) Generar una muestra de tamaño m, donde $m \geq 30$.

ii) Sean $s_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)}, \ldots, s_{(m)}$ los estadísticos de orden de la muestra generada

iii) Calcular los siguientes valores

$$a = \lfloor qm + 0.5 - Z_{1-\alpha}\sqrt{(1-q)qm} \rfloor,$$

$$b = \lfloor qm + 0.5 + Z_{1-\alpha}\sqrt{(1-q)qm} \rfloor, \text{ y}$$

$$\hat{\pi}_q(m)$$

donde

[3] Vid. Hyndman y Yanan [1].

$Z_{1-\alpha}$ es el cuantil al $1-\alpha$ de probabilidad de la distribución normal estándar,

$\hat{\pi}_q(m)$ representa el percentil de orden q para la muestra de tamaño m.

iv) Si se satisface

$$(1-\varepsilon)\hat{\pi}_q(m) \leq s_{(a)}$$

$$s_{(b)} \leq (1+\varepsilon)\hat{\pi}_q(m)$$

terminar el proceso de simulación; de lo contario, generar un nuevo valor de s y recalcular los valores de a, b y $\hat{\pi}_q$.

iv) Sea m el menor entero que satisfaga las desigualdades señaladas en la viñeta anterior. Tomar $n = m\acute{\imath}n\{1{,}000{,}000,\ m\}$.

III. Base estadística

a) Medición del índice de siniestralidad

Para determinar los *índices de siniestralidad* de los seguros de agrícola y de animales, se construyó una base de datos con la información estadística de *primas emitidas* y de *siniestros brutos ocurridos*, registrada por cada institución en cada una de las entidades federativas de la República Mexicana y en cada ejercicio fiscal de los años 1997 a 2011. Dicha información se segmentó por cada tipo de negocio (directo y fondos).

La información anteriormente mencionada se depuró, filtrando aquellos registros con alguna de las siguientes características:

1) Registros con primas y/o siniestros ocurridos negativos.

2) Registros con primas menores a $1,000,000.

Cabe señalar, en relación con el último de los criterios anteriormente expuestos que, de una revisión experta de la base de datos, se detectó que los registros con poca prima presentaban *índices de siniestralidad* particularmente atípicos, motivo por el cual se decidió quitar de la base de datos aquellos registros con menos de $1,000,000 de primas emitidas.

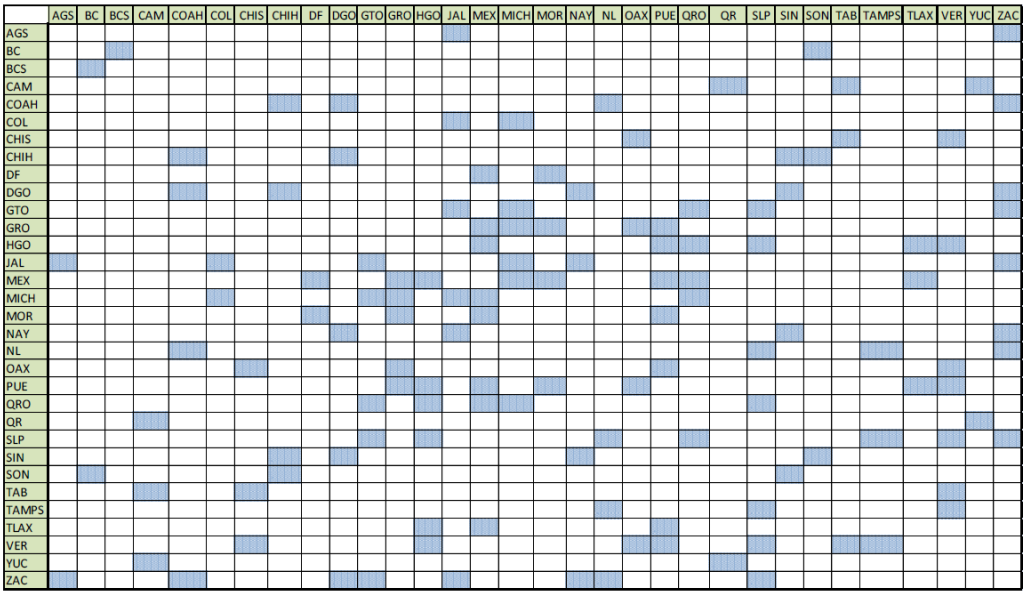
Finalmente, con la base de datos depurada, se procede a determinar el *índice de siniestralidad* de cada registro, dividiendo el monto de los *siniestros brutos ocurridos* entre la *prima emitida*.

b) Determinación de los pesos

Para determinar los factores de peso, α_j^t, para cada entidad federativa j y para cada tipo de negocio *t*, se parte de la misma base de datos depurada que se describió en el índice anterior.

Además, se empleó la información de entidades colindantes de cada una de las entidades federativas de la República Mexicana, la cual puede ser consultada en la siguiente liga:

http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/publicaciones/atlas/Atlas%20Nacional%20man1.pdf



Por cada una de las entidades federativas, y por cada tipo de negocio, se acumulan las primas emitidas registradas por todas las compañías durante todo el periodo de observación.

De igual manera, empleando la información de estados colindantes proporcionada por el INEGI, para cada entidad y tipo de negocio, se acumula la prima registrada por todas las compañías y en todos los años de observación, de todas aquellas entidades que resulten colindantes a la entidad de estudio.

Como siguiente paso, se determina el factor de peso α_j^t, dividiendo las primas emitidas acumuladas de cada entidad, entre la suma de las primas acumuladas de la entidad, más la prima acumulada de los respectivos estados colindantes de dicha entidad.

En caso de que el factor α_j^t, obtenido sea menor que 0.5, éste se ajusta a 0.5 con la finalidad de proporcionar un mínimo de credibilidad a la experiencia propia registrada en cada entidad.

Cabe mencionar, que para el caso del estado de Quintana Roo y para el tipo de negocio fondos de aseguramiento, se procedió a fijar el factor de peso α_j^t como igual a 0; lo anterior en virtud de que, dicha entidad, para dicho tipo de negocio, no tiene información alguna, con lo cual se emplea siempre la información de los estados colindantes.

IV. Bibliografía y referencias

a) **Hyndman, Rob J. y Fan, Yanan**. *Sample Quantiles in Statistical Packages*. The American Statistician, Vol. 50, No. 4. (Nov., 1996), pp. 361-365.

b) **Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática**. *Atlas. Situación actual de la división político-administrativa interestatal. Estados Unidos Mexicanos*. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, 2006.

http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/geografia/publicaciones/atlas/Atlas%20Nacional%20man1.pdf

c) **Klugman, Stuart A.; Panjer, Harry H.; y Willmot, Gordon E.** *Loss Models. From Data to Decisions*. 2Ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 2004.

Normativa

Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas

Ley de fondos de aseguramiento agropecuario y rural

PARTE II

DE LA INFORMACIÓN PARA LA VALUACIÓN DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE DE LOS SEGUROS AGRÍCOLAS Y DE ANIMALES

Para efectos de la valuación de la pérdida máxima probable de los seguros agrícolas y de animales, se deberá utilizar el "Sistema AyA-PML", el cual será proporcionado por la Comisión a las Instituciones de Seguros y a las Sociedades Mutualistas autorizadas para la práctica de este tipo de seguros, en los términos establecidos en el Anexo 5.6.1-b.

Los requerimientos, así como las indicaciones para la operación del "*Sistema AyA-PML*", se detallan a continuación.

I. Requisitos de sistema

Para poder ejecutar el programa "*Sistema AyA-PML*"se requiere

Hardware

16 Mb de espacio libre en disco duro

Al menos 128 Mb de memoria RAM libres

Software

Microsoft Windows XP® instalado con Service Pack 2, o una versión superior de Windows

Microsoft Excel® 2003 o superior

En caso de no cumplir con alguno de estos requerimientos de software, se deberá ejecutar el paquete de instalación del sistema.

2. Instalación

Para instalar el sistema, basta con descomprimir en una unidad de red, los siguientes archivos que se encuentran comprimidos dentro del archivo "*PML CNSF Ejecutable*":

BdPMLAyA.mdb

Plantilla01.xls

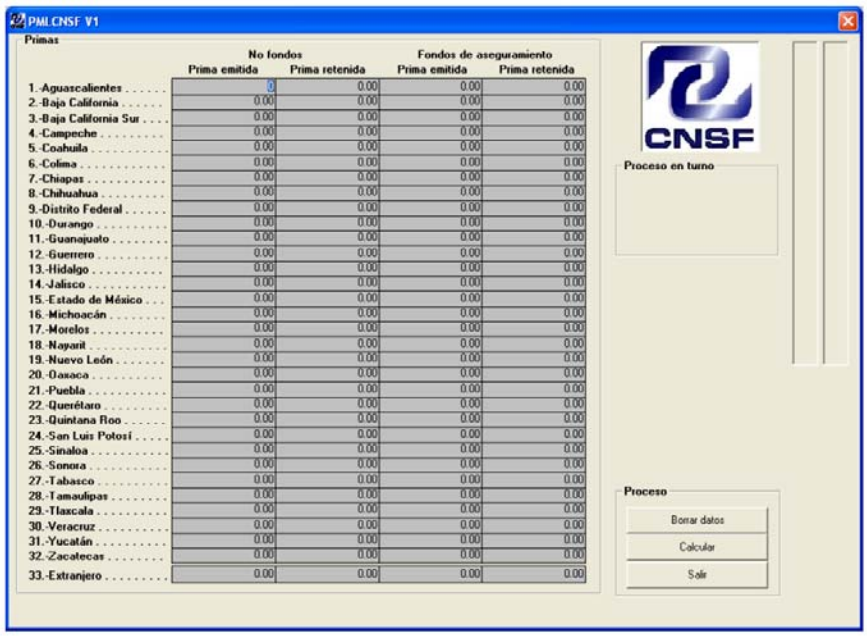
PMLAyAVB.exe

Resultados.mdb

En caso de que no se tenga Microsoft Excel® 2003 o superior instalado en el equipo, se deberá contactar con el personal de la Dirección General de Supervisión Actuarial, para solicitar un programa de instalación que habilite al sistema para poder ejecutar la aplicación desde el equipo en cuestión.

3. Operación

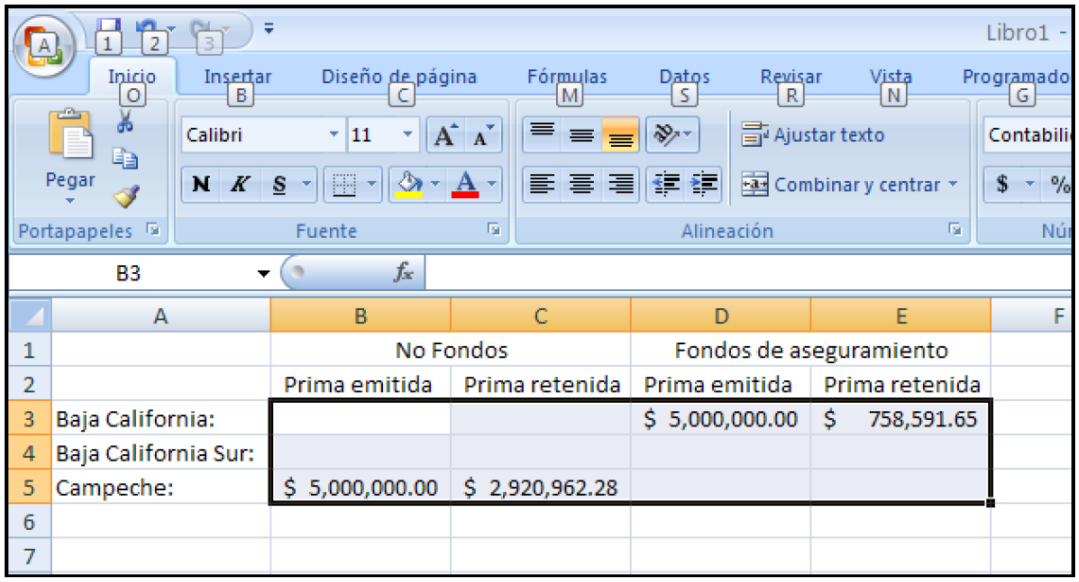
Iniciar el sistema, ejecutando el archivo PMLAyAVB.exe. Se mostrará la pantalla principal del sistema:



Por cada entidad federativa y tipo de negocio, capturar las primas emitidas y retenidas históricas acumuladas de los últimos doce meses. Para simplificar el proceso de captura, es posible pegar la información desde una hoja de Excel empleando el comando CTRL+v ubicando el cursor, previamente, en la celda correspondiente al estado y tipo de negocio correspondiente a la información que se desea importar.

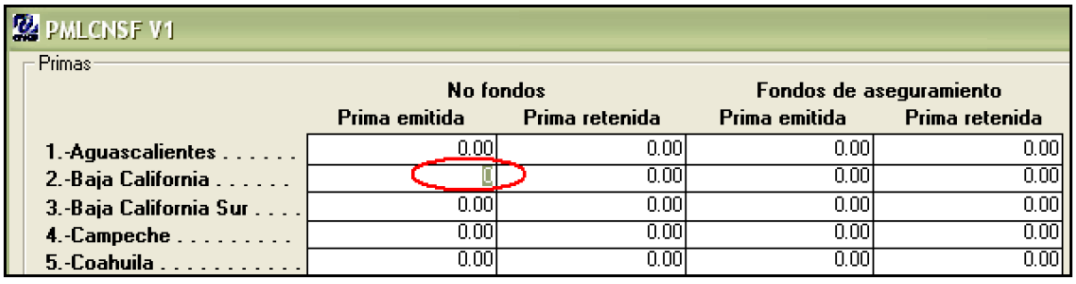
En caso de que se pretenda pegar en un solo movimiento la información de primas de varios estados y varios tipos de negocios, es factible dicha operación seleccionando varias celdas desde Excel empleando el comando "*copiar*" de dicho paquete, y posteriormente emplear el comando CTRL+v en la celda correcta del "*Sistema AyA-PML*" como se mencionó en el párrafo anterior, cuidando que la disposición de los datos de en el origen concuerde con la disposición de datos definida por el sistema.

A manera de ejemplo, supóngase que se desea pegar la siguiente información de primas desde un libro de Excel, de una institución que únicamente presenta emisión en los estados de Baja California y Campeche. En tal caso, se deberá partir de una hoja de Excel con la siguiente disposición, seleccionando únicamente la información de primas como se muestra en la sección remarcada:



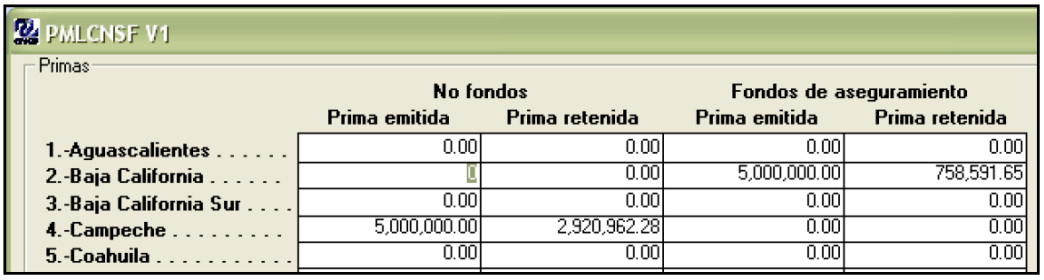
	A	B	C	D	E	F
1		No Fondos		Fondos de aseguramiento		
2		Prima emitida	Prima retenida	Prima emitida	Prima retenida	
3	Baja California:			$ 5,000,000.00	$ 758,591.65	
4	Baja California Sur:					
5	Campeche:	$ 5,000,000.00	$ 2,920,962.28			
6						
7						

Como siguiente paso, se deberá posicionar el cursor en el sistema "*Sistema AyA-PML*" en la celda correspondiente a prima emitida de no fondos en Baja California:

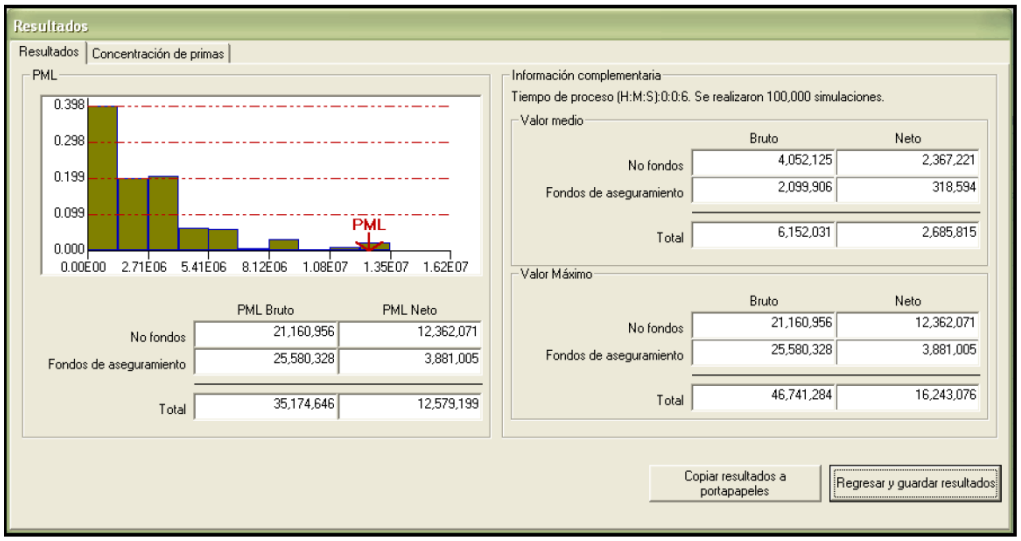


	No fondos		Fondos de aseguramiento	
	Prima emitida	Prima retenida	Prima emitida	Prima retenida
1.-Aguascalientes	0.00	0.00	0.00	0.00
2.-Baja California		0.00	0.00	0.00
3.-Baja California Sur	0.00	0.00	0.00	0.00
4.-Campeche	0.00	0.00	0.00	0.00
5.-Coahuila	0.00	0.00	0.00	0.00

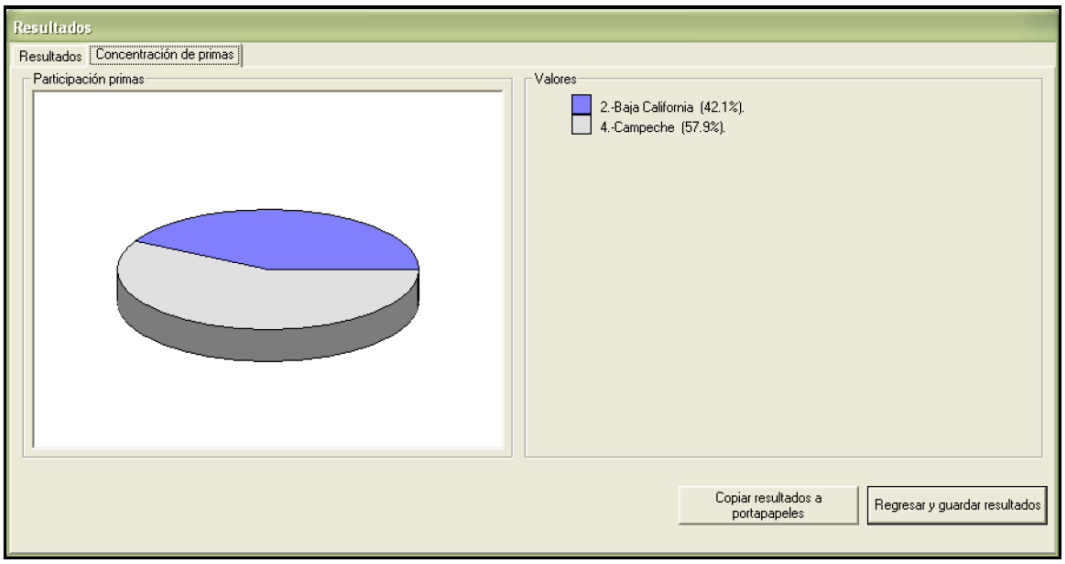
A continuación, se pulsa en dicha celda el comando CTRL+v y el sistema automáticamente pega las primas en las celdas correspondientes:



Posteriormente, se pulsa la el botón de comando "*Calcular*" y el sistema realiza el proceso de cálculo del PML mediante simulaciones y, al terminar, envía la siguiente pantalla de resultados:



Asimismo, el sistema muestra las primas de aquellos estados con 5% o más de concentración de primas retenidas (en base a las cuales se calcula el PML neto), presionando en la lengüeta "*Concentración de primas*":



ANEXO 5.6.1-b.

PROCEDIMIENTO PARA LA ENTREGA DEL SISTEMA DE CÓMPUTO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE DE LOS SEGUROS AGRÍCOLAS Y DE ANIMALES

El sistema de cómputo para la determinación de la pérdida máxima probable de los seguros agrícolas y de animales, para efectos del cálculo del saldo máximo que deberá alcanzar la reserva de riesgos catastróficos y del requerimiento de capital de solvencia de los citados tipos de seguros, será proporcionado conforme a lo siguiente:

I. El sistema sólo se entregará a las Instituciones y Sociedades Mutualistas que estén autorizadas para operar los seguros agrícolas y de animales.

II. La entrega del sistema se realizará por la Dirección General de Supervisión Actuarial de la Comisión, ubicada en Av. Insurgentes Sur 1971, Torre Sur, 1er. piso, Colonia Guadalupe Inn, C. P. 01020, México D. F., en horario de 9:00 a 14:00 horas y de 15:00 a 18:00 en días hábiles.

III. Para efectos de la entrega del sistema podrá acudir cualquier persona, quien deberá exhibir (en original y copia) una carta del director técnico o director general de la Institución o Sociedad Mutualista, en la cual se le autorice para recibir dicho sistema, así como original y copia de su identificación oficial.

IV. Como parte del sistema, se entregará el manual de operación del mismo, el cual se encontrará en el disco de instalación que será proporcionado por la Comisión.

V. La versión del sistema que se entregará y que deberá utilizarse para la estimación de la pérdida máxima probable de los seguros agrícolas y de animales es la 1.0. Cualquier cambio de dicha versión será dada a conocer, en su momento, mediante disposiciones administrativas de carácter general, por esta Comisión.

ANEXO 5.6.2.

FORMA Y TÉRMINOS PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS MÉTODOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA PÉRDIDA MÁXIMA PROBABLE A RETENCIÓN DE LOS SEGUROS DE CRÉDITO Y LOS SEGUROS DE CAUCIÓN, PARA EFECTOS DEL LÍMITE DE ACUMULACIÓN DE LA RESERVA DE RIESGOS CATASTRÓFICOS DE LOS SEGUROS DE CRÉDITO Y DE LA RESERVA DE RIESGOS CATASTRÓFICOS DE LOS SEGUROS DE CAUCIÓN

Los métodos para la determinación de la pérdida máxima probable de retención para los seguros de crédito y los seguros de caución deberán ser presentados a la Comisión en la forma y términos que se indican a continuación.

I. Las Instituciones de Seguros deberán presentar la solicitud de autorización y la nota técnica con el método, conforme a lo establecido en el Capítulo 39.6 de esta Circular.

II. La solicitud de autorización deberá contener lo siguiente:

a) Membrete oficial de la Institución de Seguros de que se trate.

b) Domicilio para oír y recibir notificaciones: calle, número, colonia, código postal.

c) Nombre y firma de visto bueno del encargado, responsable o director del área técnica de la Institución de Seguros.

d) Nombre, firma, clave de certificación o acreditación, teléfono y correo electrónico del actuario responsable de la revisión del método que se presenta a registro.

III. El método deberá contener lo siguiente:

a) Los procedimientos técnicos mediante los que se determinará la pérdida máxima probable.

b) Las estadísticas con base en las cuales se realizará la estimación de la pérdida máxima probable.

c) Otras hipótesis y consideraciones que se hayan hecho en la realización del método y que puedan influir en los resultados obtenidos.

d) Un ejercicio de valuación mediante el cual se exhiban los resultados de la aplicación del método que se somete a registro.

ANEXO 5.8.16.

FORMA Y TÉRMINOS PARA LA PRESENTACIÓN DE LA SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA EMPLEAR LA TASA DE INTERÉS TÉCNICO EQUIVALENTE EN LA VALUACIÓN DE LA RESERVA MATEMÁTICA DE PENSIONES Y LA CORRESPONDIENTE RESERVA DE RIESGOS EN CURSO DE BENEFICIOS ADICIONALES

Para efecto de lo establecido en las Disposiciones 5.8.13 y 5.8.14, la Institución de Seguros que se trate deberá presentar a la Comisión, un escrito firmado por su director general, al cual deberá acompañarse lo siguiente:

I. Constancia firmada por el secretario del consejo de administración de la Institución de Seguros que contenga los acuerdos de ese órgano de administración, respecto de lo siguiente:

   a) La aprobación del consejo de administración para emplear la alternativa de constitución, incremento y valuación de la Reserva Matemática de Pensiones prevista en las Disposiciones 5.8.13 y 5.8.14, y

   b) El establecimiento de un mecanismo, bajo la responsabilidad del consejo de administración, para controlar de manera permanente que la Institución de Seguros se apegue en todo momento a las disposiciones que rigen dicho procedimiento de constitución, incremento y valuación de la Reserva Matemática de Pensiones;

II. El método para la determinación de los flujos de activos elegibles para la cobertura de reservas técnicas de las Pólizas del Nuevo Esquema Operativo (flujos de activos), el cual deberá considerar técnicas financieras generalmente aceptadas y los criterios de valuación correspondientes, así como las características de los respectivos contratos, y deberá apegarse a lo establecido en el Capítulo 5.8 de las presentes Disposiciones. Dicho método deberá ser elaborado y firmado por el actuario responsable de la valuación de las reservas técnicas de la Institución de Seguros, y

III. El método actuarial para la determinación de los flujos de las obligaciones contractuales y gastos de operación asociados a las mismas de las Pólizas del Nuevo Esquema Operativo (flujos de pasivos), el cual deberá considerar los elementos técnicos necesarios para modelar los beneficios contemplados tanto en la Ley del Seguro Social como en la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado, apegándose en lo conducente, a lo establecido en el Capítulo 5.8 de las presentes Disposiciones, y a las Metodologías de Cálculo. Dicho método deberá ser elaborado y firmado por el actuario responsable de la valuación de las reservas técnicas de la Institución de Seguros de que se trate.

Las Instituciones de Seguros quedarán autorizadas para constituir, incrementar y valuar la Reserva Matemática de Pensiones en términos de lo previsto en las Disposiciones 5.8.13 y 5.8.14 a partir del día hábil siguiente de que cumplan con los requisitos señalados en el primer párrafo, numerales I, II y III del presente Anexo.

Si la Comisión, en ejercicio de sus facultades de inspección y vigilancia, determinara que los acuerdos del consejo de administración o los métodos para la determinación de los flujos de activos y de los flujos de pasivos previstos en el primer párrafo, numerales I, II y III del presente Anexo, no se apegan a lo establecido en el Capítulo 5.8 de las presentes Disposiciones o a las demás Disposiciones aplicables, suspenderá la autorización respectiva, debiendo la Institución de Seguros de que se trate someter una nueva solicitud de autorización en la que se subsanen las deficiencias que le hayan sido observadas. Lo anterior, con independencia de que la Comisión pueda proceder en términos de lo señalado en la Disposición 5.8.17.

ANEXO 5.15.2.

CLASIFICACIÓN MÍNIMA DE GRUPOS DE RESPONSABILIDADES HOMOGÉNEAS, PARA FINES DE LA VALUACIÓN DE LA RESERVA DE FIANZAS EN VIGOR

Para efectos de la valuación de la reserva de fianzas en vigor, los contratos de fianzas deberán ser clasificados en al menos los siguientes grupos homogéneos:

I. Fianzas de fidelidad a primer riesgo[4]

II. Otras fianzas de fidelidad

III. Fianzas judiciales que amparen a conductores de vehículos automotores

IV. Otras fianzas judiciales

V. Fianzas administrativas

VI. Fianzas de crédito

ANEXO 5.15.3.

INFORMACIÓN DEL MERCADO AFIANZADOR, PARA FINES DE LA VALUACIÓN DE LA RESERVA DE FIANZAS EN VIGOR EN EL SUPUESTO PREVISTO EN LA DISPOSICIÓN 5.15.3

Las Instituciones que no cuenten con información oportuna, homogénea, confiable y suficiente para efectuar el cálculo para la constitución, incremento y valuación de la reserva de fianzas en vigor, en tanto generan dicha información, deberán emplear el método descrito en la disposición 5.15.3, utilizando los índices de reclamaciones pagadas y el índice anual de gasto de administración, del mercado afianzador, que se indican a continuación:

I. Índices de reclamaciones pagadas:

Ramo o tipo de fianza	Índice
De fidelidad a primer riesgo.	89.4446%
Otras de fidelidad	1.3496%
Judiciales que amparen a conductores de vehículos automotores	0.6158%
Otras judiciales	0.8964%
Administrativas	0.2561%
De crédito	0.7120%

II. Índices anuales de gastos de administración:

Ramo de fianzas	Índice
Fidelidad	1.17%
Judicial	0.14%
Administrativo	0.11%
Crédito	0.25%

[4] Son aquellas fianzas cuyo monto afianzado suscrito se determina como el monto esperado de reclamaciones.

ANEXO 5.18.3.

INTERPRETACIÓN ADMINISTRATIVA DE LA SECRETARÍA DE HACIENDA Y CRÉDITO PÚBLICO, EN MATERIA DE LOS PROCEDIMIENTOS RELATIVOS A RESERVAS TÉCNICAS ESPECÍFICAS CONSTITUIDAS ANTES DEL 3 DE ENERO DE 1997

La Secretaría, por oficio número 366-IV-4529 de 9 de agosto de 1999, comunicó a esta Comisión y a la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros, su interpretación con respecto a la facultad para cancelar las reservas específicas para obligaciones pendientes de cumplir constituidas antes del 3 de enero de 1997, fecha en que se reformó la LGISMS en los términos que a continuación se transcriben:

"... Hacemos referencia a su oficio fechado el 14 de julio pasado, por medio del cual indican que con motivo de la entrada en vigor de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros, ha surgido la duda respecto a cuál de esas Comisiones compete la facultad de cancelar las reservas específicas para obligaciones pendientes de cumplir constituidas antes del 3 de enero de 1997, fecha en que se reformó la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros. Lo anterior, obedece a que el artículo 72 de la Ley invocada en primer término establece, en lo conducente, que los procedimientos de conciliación y reclamación en contra de las aseguradoras, se sujetarán a lo dispuesto por los artículos 135, 135 Bis y 136, del Título Quinto, Capítulo II de la Ley citada en segundo término.

"Señalan que, el Artículo Cuarto Transitorio de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros, dispone que los procedimientos en curso que para la protección de los intereses del público lleve la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, en la fecha de entrada en vigor de la misma, serán concluidos de manera definitiva por la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros, de conformidad con las disposiciones que se encontraran vigentes al momento de iniciarse el procedimiento respectivo y como el artículo 135 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en su texto anterior a las reformas del 3 de enero de 1997, faculta a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, para autorizar la cancelación de las reservas específicas para obligaciones pendientes de cumplir, con fundamento en el artículo 6o. de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros, solicitan se interprete para efectos administrativos los preceptos de dicha Ley, con relación al tema referido.

"Al respecto, para decidir sobre el planteamiento formulado, esta Secretaría considera necesario tomar en cuenta lo siguiente:

"a).- El Artículo Tercero Transitorio de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros dispone que para efectos de los artículos 72 y 83 de esa Ley, las menciones a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas en los artículos 135 y 136 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, se deberán entender referidas a la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros.

"b).- Por su parte, los artículos 72 y 83 mencionados establecen, en lo conducente, que los procedimientos de conciliación y de arbitraje en contra de las instituciones y sociedades mutualistas de seguros, se sujetarán a lo dispuesto por el Título Quinto, Capítulo II de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en donde quedan comprendidos los artículos 135 y 136 señalados.

"c).- A su vez, el artículo 135, fracción I, incisos c) y d) de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, en su texto anterior al 3 de enero de 1997, expresaba que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas al concluir la junta de avenencia ordenará a la empresa de seguros que dentro de un término de diez días hábiles siguientes, constituya e invierta una reserva específica para obligaciones pendientes de cumplir en valores de fácil realización ante Nacional Financiera, S.N.C. y, además, fija las condiciones a cumplir para que la aseguradora pueda solicitar a la propia Comisión la cancelación de la reserva.

"d).- En relación con el inciso precedente, el Artículo Sexto Transitorio del Decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, publicado en el Diario Oficial de la Federación del 3 de enero de 1997, señaló que los procedimientos derivados de reclamaciones contra una institución o sociedad mutualista de seguros que se hubieren iniciado, continuarán su trámite en los términos de las disposiciones que se encontraban vigentes al momento de la presentación de tales reclamaciones.

"En virtud de lo expuesto en los incisos anteriores, esta Secretaría con fundamento en lo previsto por los artículos 32 de su Reglamento Interior, 2o. de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros y 6o. de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros, tiene a bien interpretar para efectos administrativos, que si esta última Ley en sus Artículos Tercero y Cuarto Transitorios, establece que cuando en los artículos 135 y 136 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros se hace mención a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, ese señalamiento debe entenderse referido a la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros y si además, ordena que los procedimientos que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas lleve a cabo y que hasta la fecha de entrada en vigor de la Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros estén en curso, deberán ser concluidos de manera definitiva por la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros, es indudable que a esta Comisión le compete resolver las solicitudes existentes o que se lleguen a presentar por parte de las aseguradoras sobre la cancelación de la reserva específica para obligaciones pendientes de cumplir, cuya constitución e inversión hubiere sido ordenada por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, con apoyo en el inciso c), fracción I del artículo 135, en su texto anterior al Decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, publicado en el Diario Oficial de la Federación del 3 de enero de 1997, siempre y cuando se den las condiciones establecidas en el inciso d) del propio artículo 135..."

ANEXO 5.20.2.

DETALLE DE LA INFORMACIÓN A NIVEL PÓLIZA RELATIVA A LA VALUACIÓN DE LAS RESERVAS TÉCNICAS QUE LAS INSTITUCIONES Y SOCIEDADES MUTUALISTAS DEBERÁN MANTENER EN RESGUARDO

Conforme a lo establecido en la Disposición 5.20.2 de la CUSF, la información a nivel póliza que deberán mantener en resguardo las Instituciones y Sociedades Mutualistas, deberá apegarse a lo siguiente:

En el caso de Instituciones de Seguros y Sociedades Mutualistas, con excepción de las instituciones autorizadas para la operación de los Seguros de Pensiones.

La información que deberán mantener en resguardo será la correspondiente a las valuaciones de reservas técnicas al 31 de diciembre de cada uno de los últimos diez años de operación a que se refiere la Disposición 5.20.4 de la CUSF, misma que deberá constar de lo siguiente:

Los archivos de texto de las bases de datos con el detalle de la valuación póliza por póliza de la reserva de riesgos en curso, así como los archivos de texto de las bases de datos con el detalle de la información de los importes recuperables de reaseguro, indicados en los numerales 1.1 y 1.2 del apartado denominado “Información con periodicidad de entrega anual” de la fracción I. “Reserva de riesgos en curso”, de la sección “En el caso de Instituciones de Seguros y Sociedades Mutualistas, con excepción de las instituciones de seguros autorizadas para practicar los seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social” del Anexo 38.1.4 de la presente Circular.

En el caso de las Instituciones de Seguros autorizadas para la operación de los Seguros de Pensiones.

I. La información deberá resguardarse bases de datos en formato de archivo de texto, la cual deberá tener la estructura y contenido que se indica en la fracción IV.

II. Las cifras que en las referidas bases de datos correspondan a montos, deberán expresarse en moneda nacional.

III. La base de datos deberá contener la información ordenada en un arreglo matricial donde cada columna contenga el campo que se describe a continuación y cada renglón corresponda al registro de cada una de las pólizas o endosos en vigor que integren la valuación de reserva. Cada uno de los campos deberá estar delimitado por el signo “|” conocido como “pipe”.

IV. La estructura, orden, identificadores, longitud de los campos y demás detalles de las bases de datos, serán conforme a lo siguiente:

Campo	Campo que corresponde	Tipo del campo	Tamaño del campo	Catálogo que aplica
1	Número de póliza	Alfanumérico	30	NA
2	Número de seguridad social	Alfanumérico	11	NA
3	Tipo de pensión según origen	Alfanumérico	2	NA
4	Tipo de la pensión según estatus	Alfanumérico	2	NA
5	Ley de origen	Alfanumérico	7	NA
6	Fecha de resolución	Fecha	8	aaaammdd
7	Tasa de subasta	Numérico	5	NA
8	Tasa de interés técnico	Numérico	5	NA
9	Salario pensionable a la fecha de inicio de derechos	Numérico	13	NA
10	Monto de la pensión mensual alcanzada	Numérico	13	NA
11	Monto del beneficio adicional mensual alcanzado	Numérico	13	NA
12	Reserva matemática de pensiones del seguro directo	Numérico	13	NA
13	Reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales del seguro directo	Numérico	13	NA
14	Reserva matemática de pensiones del seguro tomado	Numérico	13	NA
15	Reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales del seguro tomado	Numérico	13	NA

Campo 1: Número de póliza.

Se asignará con los criterios de control de la propia institución. En el caso de que haya iniciado el vigor del seguro de sobrevivencia, la institución podrá adoptar el número de póliza original o uno nuevo, siempre y cuando guarde alguna forma de asociación con la primera.

Campo 2: Número de seguridad social

Se refiere al número de seguridad social del asegurado del IMSS o del ISSSTE.

Campo 3: Tipo de pensión según origen.

Invalidez y Vida (IV), Riesgos de Trabajo (RT), Retiro, Cesantía en Edad Avanzada y Vejez (CV).

Campo 4: Tipo de la pensión según estatus.

Incapacidad Total (IT), Incapacidad Parcial (IP), Invalidez (IN), Viudez sin Orfandad (VI), Viudez con Orfandad (VO), Orfandad Sencilla (OS), Orfandad Doble (OD), Ascendencia (AS), Retiro (RE), Cesantía en Edad Avanza (CE) y Vejez (VE), atendiendo a quienes sean los Beneficiarios de Pensión, al momento de la valuación.

Campo 5: Ley de origen.

LSS o LISSSTE.

Campo 6: Fecha de resolución.

Es la fecha en que el IMSS o el ISSSTE emitan la resolución o concesión de pensión y que corresponde a la fecha de inicio de vigencia de la póliza.

Campo 7: Tasa de subasta.

Corresponde a la tasa de interés a la que se refieren las Metodologías de Cálculo, aplicable únicamente para las Pólizas del Nuevo Esquema Operativo.

Campo 8: Tasa de interés técnico.

Es la tasa de interés técnico a la que se valúa la reserva de riesgos en curso de Beneficios Básicos de Pensión.

Campo 9: Salario pensionable a la fecha de inicio de derechos.

Es el salario diario que sirvió como base para el cálculo de la pensión, a la fecha de inicio de derechos.

Campo 10: Monto de la pensión mensual alcanzada.

Se refiere al monto de la pensión básica, al momento de la valuación.

Campo 11: Monto del beneficio adicional mensual alcanzado.

Se refiere al monto del beneficio adicional, al momento de la valuación.

Campo 12: Reserva matemática de pensiones del seguro directo.

Se refiere al saldo de la reserva aludida en la 5.8.2 de las presentes Disposiciones.

Campo 13: Reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales del seguro directo.

Se refiere al saldo aludido en la 5.8.8 de las presentes Disposiciones.

Campo 14: Monto de la reserva matemática de pensiones del reaseguro tomado.

Se refiere al saldo de la reserva aludida en la 5.8.2 de las presentes Disposiciones

Campo 15: Monto de la reserva de riesgos en curso de beneficios adicionales del reaseguro tomado.

Se refiere al saldo aludido en la 5.8.8 de las presentes Disposiciones.

Adicionalmente, las Instituciones de Seguros deberán conservar los registros correspondientes a Pensionados y Beneficiarios de Pensión, así como sus estatus de riesgo vigentes al mes de que se trate, conforme a la estructura de la base de datos de prospectos a que se refiere la Dispsoción 14.4.1.

En el caso de Instituciones de Fianzas

La información de las valuaciones de reservas técnicas al 31 de diciembre de cada uno de los últimos diez años de operación a que se refiere la Disposición 5.20.4 de la CUSF, deberá constar de lo siguiente:

El archivo de texto de las bases de datos con el detalle de la valuación póliza por póliza de la reserva de fianzas en vigor, así como, el archivo de texto de la bases de datos con el detalle de cálculo de los importes recuperables de reaseguro de la reserva de fianzas en vigor, indicados en los numerales 1 y 2 del apartado denominado “Información con periodicidad de entrega anual” de la sección “En el caso de las reservas de fianzas en vigor y de contingencia de las Instituciones de Fianzas” del Anexo 38.1.4 de la presente Circular.

ANEXO 6.1.2.

CAPITAL MÍNIMO PAGADO CON QUE DEBERÁN CONTAR LAS INSTITUCIONES

El capital mínimo pagado con el que deberán contar las Instituciones de Seguros, se fija de acuerdo con lo siguiente:

I. Vida.- El equivalente a 6’816,974 (seis millones ochocientas dieciséis mil novecientas setenta y cuatro) de UDI.

II. Seguros de Pensiones.- El equivalente a 28’000,000 (veintiocho millones) de UDI.

III. Accidentes y enfermedades:

a) Ramos de accidentes personales y/o de gastos médicos.- El equivalente a 1’704,243 (un millón setecientas cuatro mil doscientas cuarenta y tres) de UDI.

b) Ramo de salud, incluido accidentes personales y/o de gastos médicos.- El equivalente a 1’704,243 (un millón setecientas cuatro mil doscientas cuarenta y tres) de UDI.

IV. Daños:

a) Un ramo.- El equivalente a 5’112,730 (cinco millones ciento doce mil setecientas treinta) de UDI.

b) Dos ramos.- El equivalente a 6’816,974 (seis millones ochocientas dieciséis mil novecientas setenta y cuatro) de UDI.

c) Tres ramos.- El equivalente a 8’521,217 (ocho millones quinientas veintiún mil doscientas diecisiete) de UDI.

d) Con independencia de lo dispuesto en los incisos anteriores para la operación de daños, tratándose específicamente de los ramos de crédito a la vivienda y de garantía financiera, se requiere lo siguiente:

1) Crédito a la vivienda.- El equivalente a 12’200,000 (doce millones doscientas mil) de UDI.

2) Garantía financiera.- El equivalente a 33’200,000 (treinta y tres millones doscientas mil) de UDI.

El capital mínimo pagado con el que deberán contar las Instituciones que operen fianzas, por cada ramo que tengan autorizado, incluido el subramo o subramos de cada uno, se fija de acuerdo con lo siguiente:

I. Fianzas:

a) Un ramo.- El equivalente a 7’310,308 (siete millones trescientas diez mil trescientas ocho) de UDI.

b) Dos ramos.- El equivalente a 9’747,077 (nueve millones setecientas cuarenta y siete mil setenta y siete) de UDI.

c) Tres ramos.- El equivalente a 12’183,846 (doce millones ciento ochenta y tres mil ochocientas cuarenta y seis) de UDI.

A las Instituciones de Seguros autorizadas exclusivamente a practicar el Reaseguro se les fija para cada operación o ramo que se les haya facultado a practicar el 50% del capital mínimo pagado expresado en UDI señalado anteriormente, con excepción de la operación de Reafianzamiento.

A las Instituciones de Seguros que no cuenten con autorización para operar fianzas y que realicen operaciones de Reafianzamiento, se les fija para cada ramo de fianzas lo siguiente:

I. Reafianzamiento

a) Un ramo.- El equivalente a 3’655,154 (tres millones seiscientas cincuenta y cinco mil ciento cincuenta y cuatro) de UDI.

b) Dos ramos.- El equivalente a 4’873,538 (cuatro millones ochocientas setenta y tres mil quinientas treinta y ocho) de UDI.

c) Tres ramos.- El equivalente a 6’091,923 (seis millones noventa y un mil novecientos veinte y tres) de UDI.

ANEXO 6.3.2.

CRITERIOS, POLÍTICAS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA REVISIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LOS MODELOS QUE EXPLICAN EL COMPORTAMIENTO DE LA VARIABLE DE PÉRDIDA *L*.

Para efectos de lo establecido en la fracción XI de la Disposición 6.3.2 de la CUSF, el presente documento establece los criterios cualitativos, políticas y procedimientos para la revisión de los parámetros de los modelos que explican el comportamiento de la variable de pérdida *L*. En este sentido, se identifican los diferentes modelos de riesgos y sus parámetros para poder determinar los criterios correspondientes.

A grandes rasgos y sin perder generalidad, los modelos de riesgos que explican la variable de pérdida en el valor de los fondos propios L, a la que se refiere la fracción V de la Disposición 6.3.2 y la cual sirve para determinar el Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros ($\mathrm{RC}_{\mathrm{TyFS}}$), se pueden separar de acuerdo a la naturaleza de los mismos riesgos.

En este sentido, se tiene la siguiente clasificación de riesgos:

1. Riesgos de Suscripción
2. Riesgos Financieros

1. Riesgos de Suscripción.

Entre los riesgos de suscripción se puede distinguir los correspondientes a:

1.1 Los Seguros de Corto Plazo:

1.1.1. Seguros de Daños: ramos no catastróficos;

1.1.2. Seguros de Accidentes y Enfermedades;

1.1.3. Seguros de Vida de Corto Plazo, y

1.1.4. Seguros de Daños: ramos catastróficos, basados en la pérdida máxima probable (PML), y

1.2 Los Seguros de Vida de Largo Plazo.

2. Riesgos Financieros.

Los modelos asociados a los riesgos financieros son susceptibles de separarse todavía de manera más fina de acuerdo a su naturaleza en las dos categorías siguientes:

2.1 Riesgos de Mercado, y

2.2 Riesgos de Crédito o Incumplimiento.

1.1. Los Seguros de Corto Plazo

En la Fórmula General, la siniestralidad de cada uno de los ramos de la operación de daños de naturaleza no catastrófica, de cada uno de los ramos de la operación de accidentes y enfermedades y de los seguros de vida de corto plazo se modelan a través de *modelos colectivos*. Los *modelos colectivos* se utilizan para modelar la siniestralidad total proveniente de una cartera de asegurados, separando por un lado la modelación de la *frecuencia del número de siniestros* y por otro la distribución de la *severidad de cada uno de los siniestros*.

Es decir se tiene un modelo (distribución) y sus respectivos parámetros para la *frecuencia* y otro modelo (distribución) para la *severidad*. En particular, los modelos colectivos que utiliza la fórmula general son procesos Poisson Compuestos. Esto significa que el número de siniestros en un intervalo de tiempo dado se modela a través de un proceso Poisson, en este caso no homogéneo y la severidad se modela a través de una distribución con dominio en los reales no negativos.

1.1.1 y 1.1.2 Seguros No Catastróficos de Daños y Seguros de Accidentes y Enfermedades.

Frecuencia del Número de Siniestros.

Como se mencionó anteriormente, la frecuencia del número de siniestros se modela a través de un *proceso Poisson no homogéneo*. El *proceso Poisson* para un periodo de tiempo particular, tiene una distribución *Poisson*. Esta distribución es una distribución muy común y apropiada para modelar la frecuencia en este tipo de seguros, ya que toma valores en lo enteros no negativos. La distribución *Poisson* depende de un solo parámetro, que llamaremos λ, el cual representa el número promedio de siniestros que ocurren en un periodo de tiempo, digamos en un año.

En particular, el número de siniestros depende del tamaño de la cartera de asegurados y el tamaño de las carteras para un mismo ramo (grupo homogéneo de riesgos) varía para cada institución. La fórmula general es el modelo estatutario para el cálculo del RCS, su aplicación es general y debe servir para cualquier institución y debe recoger la experiencia del mercado. Sin embargo, debido a que cada institución tiene una diferente escala en cuanto al tamaño de su cartera de asegurados, entonces es necesario reescalar el valor del parámetro λ de la distribución *Poisson* para que refleje la siniestralidad promedio de cada institución. En este sentido, la experiencia del número de siniestros de cada institución, obtenida a través de los Sistemas Estadísticos del Sector Asegurador (SESA), es normalizada con el número de asegurados de cada cartera, con el fin de obtener índices de frecuencia (libres de escala) comparables entre las diferentes carteras de las instituciones. Ya con estos índices de frecuencia se obtiene la distribución de mercado de los índices.

Adicionalmente, con el fin de reflejar de manera más precisa o adecuada la experiencia de la siniestralidad de cada institución, se permite que si la institución tiene suficiente experiencia, entendiendo por suficiente experiencia que su número de siniestros observados sea superior a un umbral determinado (en este caso el umbral está dado por 500 siniestros), entonces se utilizan solamente los índices de frecuencia de la institución y se reescalan con el número de expuestos para cada grupo homogéneo de riesgos de la propia institución. En caso contrario, se utilizan los índices de frecuencia del mercado y se reescalan de la misma manera con el número de expuestos para cada grupo homogéneo de riesgos de la institución.

Por otra parte, el parámetro λ, no es homogéneo a través del periodo en donde pueden generarse pagos por siniestros ocurridos. Por lo general, conforme aumentan los años de rezago del pago de siniestros con respecto al año de origen de los mismos, el parámetro λ va decreciendo. Debido a esta razón, se utiliza un *proceso Poisson no homogéneo* donde el parámetro va tomando diferentes valores en función al tiempo de rezago. Inicialmente, los parámetros de frecuencia se calibraron con los años 2009 a 2012 de la información de los SESA, por lo que solamente se pueden modelar siniestros que se pagan hasta con dos años de rezago. Sin embargo, es común que en este tipo de seguros se tengan hasta ocho años de rezago en el pago de siniestros, por lo que para los años restantes, en la Fórmula General para el cálculo del RCS se utilizaron parámetros experimentales provenientes de los triángulos de reserva.

Motivado por lo expuesto anteriormente, se proponen los siguientes criterios de revisión para en su caso, actualizar o re-calibrar los parámetros correspondientes para modelar la frecuencia del número de siniestros.

Criterio 1: Utilizar un proceso Poisson no homogéneo como distribución para el número de siniestros.

Criterio 2: Los parámetros de frecuencia del número de siniestros se revisarán y en su caso, se actualizarán a lo más una vez al año.

Como ya mencionamos, para la actualización o calibración de los parámetros del proceso Poisson no homogéneo, se utilizará la información de los SESA, los cuales tienen una periodicidad anual, por lo que la actualización de los parámetros se podrá llevar a cabo a lo más, una vez al año.

Criterio 3: Recalibrar cada año los parámetros λ, hasta alcanzar con la información estadística los 8 años de rezago, con el fin de sustituir gradualmente a los parámetros experimentales provenientes de los triángulos de reservas.

Debido a que la experiencia de mercado es todavía insuficiente para calibrar los diferentes parámetros λ para los años de rezago necesarios, es conveniente incorporar cada año la nueva experiencia del mercado proveniente de los SESA, con el fin de que la estadística se vaya estabilizando cada vez más y recalibrar dichos parámetros para que reflejen mejor la estadística propia del mercado en cuanto al rezago en los pagos de siniestros, sean más robustos y permitan ir sustituyendo gradualmente los parámetros experimentales provenientes de los triángulos de reserva.

Criterio 4: Actualizar anualmente los parámetros de las instituciones para que reflejen de manera más adecuada la siniestralidad propia de cada institución y para que cada vez más instituciones puedan utilizar su propia experiencia y por lo tanto sus propios parámetros y no los parámetros de mercado.

Al incorporar año con año la nueva experiencia de los SESA, instituciones que no tenían suficiente información en cuanto al número de siniestros observados para utilizar su propia experiencia en los índices de frecuencia, debido a que no rebasaban el umbral fijado, podrían tener suficiente información para dejar de utilizar la información de mercado y utilizar su propia experiencia de índices, y de esta manera tener una modelación más precisa de su siniestralidad.

Severidad del Pago de Siniestros Individuales.

En la Fórmula General, la distribución del monto de los siniestros individuales se modela de manera indirecta para reconocer la escala de los montos en el perfil de las carteras aseguradas. Para ello, para cada siniestro observado se modela su respectivo índice de severidad como:

$$\text{Índice Severidad} = \frac{\text{Monto Siniestro Individual}}{\text{Prima Promedio}}.$$

En este sentido, se trabaja con las distribuciones de los índices de severidad del mercado, y posteriormente se reescalan estos índices con las primas de cada institución para obtener la distribución de los montos de siniestralidad individual de cada una de ellas.

No obstante, asumir que una única distribución de probabilidad es capaz de explicar toda la siniestralidad incluyendo la cola es, en muchos casos inadecuado. Por ello, para modelar el comportamiento de los índices de severidad, se separa su distribución en dos partes: una *distribución para la panza* y otra *distribución para la cola*. Para cada ramo o protección, se determinó un umbral de corte dado por el percentil $\alpha\%$ de la distribución empírica de los índices de severidad observados en el mercado.

Ya mencionamos que para quitar el efecto en la escala de los montos de siniestralidad se está trabajando con índices de severidad, sin embargo, en virtud de que se está utilizando información del mercado, en promedio la distribución que se obtiene para cada institución, puede distar de la experiencia de severidad de esa institución. Para solucionar esta problemática se hacen ajustes en la distribución, de tal manera que la distribución de la severidad se ajuste en promedio a la propia experiencia. Lo anterior condicionado a que la institución cuente con experiencia suficiente, utilizando el mismo criterio para emplear la frecuencia de la propia institución, esto es, si el número de siniestros observados de la institución es superior a un umbral determinado.

De manera esquemática, para una institución en particular se sigue el siguiente procedimiento:

- Se observan los índices de severidad obtenidos de esa institución y se contrastan contra el umbral del percentil del $\alpha\%$ de los índices del mercado.
- El porcentaje de los índices de la institución que estén por debajo del umbral se modelarán con una *distribución para la panza*, mientras que el porcentaje de los índices de la institución que estén por arriba del umbral se modelarán con una *distribución para la cola*.
- La *distribución para la panza* es tal cual la *distribución empírica del mercado*.
- La *distribución para la cola* es una distribución *paramétrica*, generalmente sesgada a la derecha y con colas pesadas, la cual es calibrada con la información del mercado.
- Por ejemplo, si el 90% de los índices de severidad de la institución caen por debajo del umbral, entonces el 90% de las simulaciones se tomarán de la distribución empírica del mercado, mientras que el 10% de las simulaciones se tomarán de la distribución paramétrica del mercado.
- Si la institución cuenta con suficiente experiencia, entonces los índices de severidad simulados para la panza se ajustan con un factor calculado como el cociente entre la media de los índices de severidad de la institución entre la media de los índices de severidad del mercado para la parte de la panza.
- De igual manera, si la institución cuenta con suficiente experiencia, entonces los índices de severidad simulados para la cola de la distribución se ajustan con un factor calculado como el cociente entre la media de los índices de severidad de la institución entre la media de los índices de severidad del mercado.
- Con estos ajustes se busca que en promedio los índices de severidad simulados para la institución, coincidan con la media de la experiencia en severidad de la propia institución.
- Finalmente, se reescalan los índices de severidad simulados y ajustados por la prima de cada institución, con el fin de obtener simulaciones de los montos de siniestralidad individuales.

Así, derivado de todo lo anterior, se proponen los siguientes criterios para actualizar los modelos o calibrar los parámetros correspondientes para la severidad del pago de siniestros individuales.

Criterio 5: Las distribuciones de severidad del pago de siniestros individuales se actualizarán a lo más una vez al año.

Debido a que la fuente de información para el ajuste de las distribuciones son los SESA, los cuales tienen una periodicidad anual, entonces la actualización de las distribuciones se podrá hacer a lo más una vez al año.

Criterio 6: Incorporar anualmente a la distribución empírica, los índices de mercado obtenidos del SESA.

Se utiliza la distribución empírica para la distribución de la panza, ya que el volumen de índices de mercado es suficiente. En este sentido, se puede actualizar la distribución empírica año con año con la información de los índices de cada institución proveniente de los SESA, sin que esto genere grandes distorsiones, y debido al gran volumen de información el incorporar más años hará más estable la distribución empírica.

Criterio 7: Verificar por medio de pruebas de bondad de ajuste si al incorporar la información de índices de severidad más reciente de los SESA, las distribuciones y los umbrales siguen siendo válidos. En caso afirmativo, se propone no hacer nada y repetir este paso el siguiente año; en caso negativo se procederá a ajustar el umbral, la familia paramétrica y/o los parámetros que mejor ajusten a los índices de severidad de la cola de la severidad del mercado.

La distribución de la cola, depende del umbral de corte y de la familia paramétrica seleccionada. Al tomar en cuenta la información anual más reciente de los SESA se puede verificar primero que el umbral de corte siga siendo el adecuado y si lo es, se puede verificar por medio de pruebas de bondad de ajuste si la distribución paramétrica y sus parámetros siguen siendo adecuados, en caso afirmativo se propone dejar la distribución como está. Si el umbral cambia, por consiguiente cambia la distribución, por lo que se debe probar la familia y los parámetros estimados que mejor ajusten los datos; podría darse el caso que no cambie la familia y solamente los parámetros.

Criterio 8: Actualizar anualmente los parámetros de ajuste de las instituciones para que reflejen de manera más adecuada la siniestralidad propia de cada institución y para que cada vez más instituciones puedan utilizar su propia experiencia y no la del mercado.

Al incorporar año con año la nueva experiencia de los SESA, instituciones que no tenían suficiente información en cuanto al número de siniestros observados, para utilizar sus propios parámetros de ajuste de panza y cola, podrían presentar ya suficiente información para dejar de utilizar la información de mercado y utilizar su propia experiencia de factores de ajuste.

1.1.3 Seguros de Vida de Corto Plazo.

Como se mencionó, la siniestralidad para los seguros de vida de corto plazo se modela a través de un modelo colectivo, específicamente a través del *proceso Poisson Compuesto*. De esta manera, se tiene un modelo para la *frecuencia* y otro para la *severidad*. Sin embargo, en el caso particular de los seguros de vida de corto plazo, la severidad de los siniestros individuales, está dada de manera explícita por las instituciones a través de las sumas aseguradas de los beneficios otorgados, por lo que no es necesario suponer ni actualizar ningún modelo para la severidad. Debido a esto, lo único que se modela es la frecuencia del número de siniestros.

Frecuencia del Número de Siniestros.

La frecuencia del número de siniestros, para los seguros de vida de corto plazo, se modela exactamente igual que para los ramos de daños no catastróficos y que los ramos de accidentes y enfermedades. La única particularidad, es que en la fórmula general se toma en consideración únicamente la información del mercado y no se incorpora la información específica de las instituciones. Por lo tanto los criterios aplicables para este tipo de seguros serían el **Criterio 1, el Criterio 2** y **el Criterio 3**.

1.1.4 Seguros de Daños: Ramos Catastróficos, basados en la Pérdida Máxima Probable (PML).

Criterio 9: Los modelos para los ramos catastróficos de daños basados en la pérdida máxima probable (PML) se actualizarán de manera particular cuando se detecte que es conveniente, en función de los desarrollos específicos en dichas materias y obedeciendo a una problemática particular detectada.

Los modelos para los ramos catastróficos de la operación de daños basados en la pérdida máxima probable (PML), han sido desarrollados en algunos casos por instituciones especializadas en la medición de riesgos específicos, como es el caso del Instituto de Ingeniería de la UNAM, en el caso de los seguros de Terremoto o de Huracán y Riesgos Hidrometeorológicos. Los modelos que utilizan para medir la siniestralidad están basados más en los fenómenos intrínsecos (ejemplo, simulación de diversos terremotos o diversas trayectorias de huracanes), los cuales generan los siniestros, y no en ajustes estadísticos de la distribución de

siniestralidad con base en la experiencia previa del sector asegurador. Por ejemplo, el modelo de terremoto se basa en simular siniestros ocasionados por sismos, de acuerdo a las características del subsuelo de las diferentes zonas geográficas del país y de cómo son afectados los inmuebles o instalaciones aseguradas con base en sus características estructurales, en lugar de simular siniestros con base en la estadística pasada de la siniestralidad observada. Dichos modelos se actualizan de manera particular, en función de los avances y desarrollos particulares de cada uno de ellos, como se ha venido haciendo en el pasado. La CNSF no prevé actualizar los modelos con una periodicidad fija.

1.2 Seguros de Vida de Largo Plazo.

Para los seguros de vida de largo plazo, el modelo probabilístico detrás de la siniestralidad total futura está basado en un modelo individual donde para cada póliza se hace énfasis en los flujos netos de egresos (egresos menos ingresos) y si estos flujos toman un valor positivo, entonces significa que se generará una pérdida para esa póliza. La siniestralidad total se genera a través de la suma de los flujos netos de egresos de cada póliza.

En este sentido, la siniestralidad total futura se descompone en: la *frecuencia* del pago de beneficios individuales (siniestros o egresos), en la frecuencia del cobro de primas (ingresos) y en la *severidad* de cada uno de los pagos de beneficios individuales y primas. Al igual que en los seguros de vida de corto plazo, la severidad de los siniestros individuales y de las primas, está dada de manera explícita por las instituciones a través de las sumas aseguradas para los beneficios, por lo que no es necesario suponer ni actualizar ningún modelo para la severidad.

Frecuencia del Número de Egresos e Ingresos.

Las frecuencias de los pagos de beneficios individuales y de cobro de primas se modelan a través de la distribución *Bernoulli*, la cual es la distribución apropiada para modelar la frecuencia en un modelo individual, ya que esta distribución modela, para un periodo dado y para cada póliza, si ocurre un pago de beneficio o no, o si ocurre un cobro de prima o no. La distribución *Bernoulli* depende de un solo parámetro, que llamaremos q, el cual significa la probabilidad de que se pague el beneficio o se cobre la prima en un periodo de tiempo, digamos de un año.

Asimismo, debido a la naturaleza de largo plazo de este tipo de seguros, para cada periodo anual diferente, el parámetro q va tomando un valor diferente conforme aumenta, año con año, la edad del asegurado (mortalidad), o conforme aumenta la antigüedad de la póliza en cada periodo anual (caducidad). En este sentido, existe una relación entre los valores de los parámetros q, y las edades o antigüedades, por lo que las técnicas de calibración de estos parámetros se hacen a través de técnicas de construcción de *tablas de decrementos* (tablas de mortalidad), las cuales reconocen la relación entre los diferentes parámetros para diferentes edades.

Debido a esta relación, el ajuste o calibración se hace a nivel global para el mercado, derivado por un lado del gran volumen de información poblacional para construir, digamos una tabla de mortalidad. Con excepción de la caducidad, la cual es modelada por las instituciones, los demás parámetros de decrementos son modelados a nivel de mercado. Además, se supone que los parámetros (tablas de mortalidad) evolucionan a través del tiempo (son dinámicos), esto con el fin de recoger el riesgo sistemático por la evolución favorable o desfavorable de los parámetros a través del tiempo.

En particular, para la Fórmula General, las tablas de decrementos, son modeladas a través de un *modelo Bayesiano de Regresión Logística*. Los modelos Bayesianos tienen la característica que incorporan la *creencia* del comportamiento de los parámetros a través de una *distribución inicial* o *a priori*, junto con la información proporcionada por la *experiencia observada del mercado* a través de la función de *verosimilitud*. De manera conjunta, se obtiene una *distribución final* para los parámetros. El proceso Bayesiano, permite actualizar de manera natural las distribuciones finales, ya que la distribución final de los parámetros se toma como distribución inicial, se agrega la información anual de los decrementos (mortalidad) de mercado proveniente de los SESA a través de la función de verosimilitud, y se actualiza la distribución final de los parámetros. Este mecanismo permite tener actualizado los parámetros de manera natural y transparente sin perder la experiencia anterior, al ir incorporando la nueva información de mercado año con año. Por lo tanto se propone el siguiente criterio.

Criterio 10: Utilizar la propiedad de los modelos Bayesianos para actualizar las distribución final de los parámetros anualmente, incorporando como distribución inicial la última distribución final y como verosimilitud la información del mercado de los SESA, con el fin de actualizar la distribución final de los parámetros.

2. Riesgos Financieros.

Los modelos asociados a los riesgos financieros son susceptibles de separarse todavía de manera más fina de acuerdo a su naturaleza en las dos siguientes categorías.

2.1 Riesgos de Mercado, y

2.2 Riesgos de Crédito o Incumplimiento.

2.1 Riesgos de Mercado.

Los riesgos de mercado se dividen según la naturaleza del instrumento, ya sea porque se trata de un instrumento de deuda o de capitales, ya sea porque el instrumento está denominado en pesos o en moneda extranjera, ya sea porque el instrumento es gubernamental o privado, etc. Dependiendo de las características de los instrumentos mencionadas, existen diferentes modelos para explicar el comportamiento de dichos instrumentos. Cada modelo tiene diferentes supuestos distribucionales con sus respectivos parámetros.

Algunos de los modelos para los riesgos financieros, utilizan parámetros de diferente naturaleza con el fin de explicar de manera específica cada uno de los componentes que describen el comportamiento del riesgo en cuestión. Es decir, la naturaleza de algunos parámetros es explicar el nivel o condición inicial, la naturaleza de otros parámetros es explicar la deriva o tendencia del comportamiento a largo plazo, mientras que otros parámetros buscan explicar la volatilidad o dispersión.

Como su nombre indica el riesgo de tasa de interés, está ligado al comportamiento aleatorio que puedan presentar las curvas de tasas de interés. Asimismo, este riesgo se puede diferenciar para las curvas de tasas de interés con riesgo y libres de riesgo, las primeras para los instrumentos de deuda privados y la segunda para los instrumentos de deuda gubernamentales. Sin embargo, para modelar ambos tipos de instrumentos de deuda, se utiliza como punto de partida el modelo de tasas de interés libres de riesgo, la diferencia entre ambos modelos radica en que para los instrumentos de deuda privados, las curvas de tasas de interés con riesgo, se descompone en la curva de tasas de interés libres de riesgo correspondiente más un spread en función del riesgo crediticio implícito del instrumento. Adicionalmente, la valuación de reservas se hace de manera mensual, y contempla el valor temporal del dinero con base en las curvas de tasas de interés libres de riesgo de mercado para cada moneda o unidad monetaria proporcionadas por el proveedor de precios con el cual mantengan un contrato vigente de conformidad con lo establecido en el Capítulo 22.2 de las presentes Disposiciones a la fecha de valuación y apegándose a los criterios que se señalan en el Anexo 5.1.3-a. En este sentido, para que el modelo del RCS sea congruente con la valuación de reservas, las condiciones iniciales o los niveles del modelo de tasas de interés libres de riesgo del RCS para cada moneda o unidad monetaria, deben ajustarse a la curva de tasas de interés libres correspondiente proporcionada por el proveedor de precios, conforme a lo señalado en este párrafo.

Criterio 11: Los parámetros de nivel o de la condición inicial del modelo de tasas de interés libres de riesgo del RCS para las diferentes monedas o unidades se calibrarán de manera mensual con base en la información monetaria proporcionadas por los proveedores de precios con los cuales las instituciones mantengan un contrato vigente de conformidad con lo establecido en el Capítulo 22.2 de las presentes Disposiciones a la fecha de valuación y apegándose a los criterios que se señalan en el Anexo 5.1.3-a .

Similarmente, la valuación mensual de las reservas expresadas en otras monedas o unidades monetarias deberá expresarse en pesos considerando los criterios de conversión que se encuentran definidos en el Anexo 22.1.2 de las presentes Disposiciones. Así, con el fin de mantener congruencia entre el modelo de la fórmula general para el cálculo del RCS y la valuación de reservas en otras monedas o unidades monetarias, las condiciones iniciales del modelo de tipo de cambio deberán ajustarse a los tipos de cambio considerando los criterios de conversión que se encuentran definidos en el Anexo 22.1.2 de las presentes Disposiciones.

Criterio 12: Los parámetros de la condición inicial del modelo de tipo de cambio del RCS para las diferentes monedas o unidades se calibrarán de manera mensual con base en la información considerando los criterios de conversión que se encuentran definidos en el Anexo 22.1.2 de las presentes Disposiciones.

Por otra parte, cada uno de los modelos fue calibrado con la información de los mercados, por lo que el mercado y su evolución son los que determinan cuándo debe hacerse un ajuste en los modelos y en los parámetros. Los modelos fueron calibrados con la información de los precios de los diferentes instrumentos de tal manera que, el cambio porcentual de la proyección de los precios teóricos para diferentes intervalos de confianza, queden comprendidos en los intervalos de confianza de los cambios porcentuales de los precios observados de los instrumentos.

Aunque los mercados financieros generan información diaria, no es recomendable estar evaluando diariamente si los modelos mantienen una adecuada calibración. Por otro lado, la entrega de los cálculos mensuales del RCS se hará sobre una base trimestral. En este sentido la Comisión evaluará trimestralmente si las calibraciones, exceptuando las mencionadas en los Criterios 11 y 12, siguen siendo adecuadas al incorporar la información generada en el trimestre más reciente. Si al incorporar la última información trimestral los intervalos de confianza observados tienen una diferencia superior a un β% (β =20%) para un modelo dado, entonces se adecuarán los parámetros de manera que los intervalos de confianza teóricos recojan el comportamiento observado recientemente. En este sentido se propone el siguiente acuerdo.

Criterio 13: La Comisión evaluará trimestralmente la conveniencia de adecuar los parámetros de los riesgos de mercado. Comparará los intervalos de confianza con la información previa y con la información acumulando a la previa los datos del último trimestre. Si los intervalos de confianza actualizados tienen un cambio superior al % (β =20%), entonces se actualizan los parámetros correspondientes, exceptuando los parámetros mencionados en los Criterios 11 y 12, en cualquier otro caso no se hace ajuste alguno.

Por otra parte, los mercados financieros pueden mostrar comportamientos abruptos, derivados de alguna crisis financiera. En caso de que así ocurra, los parámetros y modelos deberán ajustarse para incorporar el comportamiento reciente del mercado. Por lo que se establece el siguiente acuerdo.

Criterio 14: Si derivado de algún movimiento brusco en los mercados, derivado posiblemente de alguna crisis financiera, implica que deba hacerse ajustes con una periodicidad menor a los tres meses, entonces se actualizarán los parámetros para incorporar el comportamiento reciente observado en los mercados.

2.2 Riesgos de Crédito o Incumplimiento.

Para los riesgos financieros, el modelo probabilístico detrás de las pérdidas en el valor de los activos ocasionadas por incumplimientos de las contrapartes financieras, para los diferentes instrumentos susceptibles a este tipo de riesgos, está basado en un modelo individual. Los diferentes instrumentos susceptibles a este tipo de riesgos, incluyen a los importes recuperables por reaseguro, sujetos a los incumplimientos de las reaseguradoras. Los modelos individuales se caracterizan porque para cada instrumento se hace énfasis en los flujos que generan y de si estos flujos se reciben o no. Las pérdidas ocasionadas por este tipo de riesgo se manifiestan cuando un instrumento no genera los flujos pactados como consecuencia de un incumplimiento de la contraparte financiera que respalda dichos instrumentos. Las pérdidas totales para un portafolio de inversión formado por activos sujetos al riesgo de crédito, se calculan como la suma de las pérdidas individuales de cada instrumento. En este sentido, es necesario modelar la frecuencia de incumplimientos, es decir en un portafolio cuántos incumplimientos ocurren y modelar el monto de las pérdidas generadas por dichos incumplimientos.

Frecuencia del Número de Incumplimientos.

Similar a los seguros de vida de largo plazo, la frecuencia de los incumplimientos de las contrapartes de los instrumentos financieros se modela a través de la distribución *Bernoulli*, la cual es la distribución apropiada para modelar la frecuencia en un modelo individual, ya que esta distribución modela, para un periodo dado y para cada instrumento, si ocurre un incumplimiento de la contraparte o no. La distribución *Bernoulli* depende de un solo parámetro, que llamaremos q, el cual significa la probabilidad de que ocurra un incumplimiento en un periodo de tiempo, digamos de un año.

Por lo tanto, al ajustar o calibrar el parámetro q de la distribución *Bernoulli*, queda ajustado el modelo para generar incumplimientos. Además, el modelo de la Fórmula General para el riesgo de crédito toma en cuenta la calificación crediticia del instrumento, debido a que la probabilidad de incumplimiento aumenta conforme se deteriora la calificación crediticia del instrumento o de la contraparte. Así, a cada una de las calificaciones crediticias, dadas por una agencia calificadora, le corresponde una probabilidad de incumplimiento también dada por la agencia calificadora. Estas calificaciones y probabilidades se relacionan mediante las matrices de transición, las cuales además de tener las probabilidades de incumplimiento dada una calificación inicial, tienen las probabilidades de transición a otras calificaciones o de permanecer en la calificación original.

Los parámetros de las probabilidades de incumplimiento dada una calificación inicial, se toman directamente de las matrices de transición, por lo que la Comisión no realiza ningún ajuste adicional a los parámetros. En este sentido se propone actualizar los parámetros de las probabilidades de incumplimiento, conforme las agencias calificadoras actualicen dichas matrices.

Criterio 15: Utilizar las matrices de transición de las agencias calificadoras para obtener directamente las probabilidades de incumplimiento en un año. Conforme las agencias ajusten las matrices, actualizar los parámetros, para que reflejen las condiciones actuales en cuanto a incumplimientos observados en el mercado, reflejadas en las matrices de transición.

Monto de las Pérdidas Generadas por Incumplimientos.

Una vez que ocurre un incumplimiento, se genera una pérdida debido a que el flujo pactado no se recibirá por completo. En este sentido, es necesario modelar el monto de las pérdidas para cada incumplimiento simulado. Sin embargo, los montos de las pérdidas ya están determinados y no hay que estimarlos debido a que estos montos están dados por los flujos que se dejan de recibir, o en el caso de incumplimientos de los importes recuperables de reaseguro se determinan a través de la siniestralidad y los esquemas de reaseguro. Por lo tanto no hay un modelo probabilístico para simular dichos montos.

ANEXO 6.3.3.

MODELO Y BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VARIABLE DE PÉRDIDAS DE LOS ACTIVOS SUJETOS A RIESGO DE MERCADO (L_A), PARA EFECTOS DEL CÁLCULO DEL RCS CONFORME A LA FÓRMULA GENERAL.

Para efectos de lo establecido en los Capítulos 6.2, 6.3, 6.5 y 6.6 de las presentes Disposiciones, en particular, respecto a lo referido en las Disposiciones 6.3.2 a 6.3.6, 6.5.2, 6.5.18, 6.6.2 y 6.6.9, las instituciones de seguros, incluyendo Seguros de Pensiones, y de fianzas deberán calcular las variables aleatorias de pérdida de los activos, L_A y L_{Anc} (en adelante, L_A), según sea el caso. La L_A constituye uno de los elementos para el cálculo de los Requerimientos de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros, Seguros de Pensiones y Fianzas, R_{CTyFS}, R_{CTyFP} y R_{CTyFF}, de la Fórmula General a que se refiere el artículo 236 de la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas para el cálculo del RCS. La variable de pérdida, L_A, se calculará conforme a la metodología e información que se detalla en el presente anexo.

I. Introducción.

La variable aleatoria de pérdidas, L_A, relacionada con los Activos Financieros de una institución, se calculará como

$$L_A = \sum_{IF \epsilon CIF_A} L_{A,IF},$$

donde IF puede tomar valores de acuerdo al catálogo CIF_A definido por la siguiente lista:

Lista de Instrumentos Financieros.

a) $DeuG$ para instrumentos de deuda emitidos o avalados por el Gobierno Federal, o emitidos por el Banco de México;

b) $DeuC$ para instrumentos de deuda emitidos en el mercado mexicano de conformidad con la Ley del Mercado de Valores, o en mercados extranjeros que cumplan con lo establecido en la Disposición 8.2.2. de la CUSF;

c) $RV\ AccD$ para acciones cotizadas en mercados nacionales;

d) $RV\ AccF$ para acciones cotizadas en mercados extranjeros, inscritas en el Sistema Internacional de Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores;

e) $RV\ Soc$ para fondos de inversión de instrumentos de deuda y de renta variable;

f) $RV\ TrD$ para certificados bursátiles fiduciarios indizados o vehículos que confieren derechos sobre instrumentos de deuda, de renta variable o mercancías, en moneda nacional;

g) $RV\ TrF$ para certificados bursátiles fiduciarios indizados o vehículos que confieren derechos sobre instrumentos de deuda, de renta variable o mercancías, en moneda extranjera;

h) $RV\ SocPr$ para fondos de inversión de capitales, fondos de capital privado o fideicomisos que tengan como propósito capitalizar empresas mexicanas;

i) $RV\ Estr$ para instrumentos estructurados;

j) $N\ ECapP$ para títulos estructurados de capital protegido;

k) $N\ ECapNP$ para títulos estructurados de capital no protegido;

l) PV para operaciones de préstamos de valores;

m) Der para operaciones financieras derivadas, y

n) Inm para inmuebles urbanos de productos regulares.

Los instrumentos a considerar serán aquéllos que fueron adquiridos en directo.

Considerando lo establecido en las Disposiciones 6.3.3. y 6.3.4, la variable $L_{A,IF}$, para cada uno de los tipos de instrumento mencionados en la Lista de Instrumentos Financieros, se calculará como

$$L_{A,IF} = \sum_{ic=1}^{M_{IF}} L_{IF,ic}$$

donde M_{IF} se refiere al número total de instrumentos del tipo IF que se encuentran en el total de activos de la institución y $L_{IF,ic}$ representa la variable de pérdida del ic instrumento del tipo IF, la cual se calculará conforme a lo siguiente:

1. Para los instrumentos a los que se refieren los incisos a), b), j), m) y los instrumentos de deuda del inciso l) de la Lista de Instrumentos Financieros como

$$L_{IF,ic} = -S_{IF,ic}(1) - C_{IF,ic}(0,1) + S_{IF,ic}(0),$$

donde:

- $S_{IF,ic}(0)$ es el valor de mercado al tiempo 0 para el instrumento ic del tipo IF;
- $C_{IF,ic}(0,1)$ es el valor presente del valor de mercado del pago de los cupones durante el periodo (0, 1) para el instrumento ic del tipo IF. Su modelación se define en la Sección III, y
- $S_{IF,ic}(1)$ es el valor presente del valor de mercado al tiempo 1 para el instrumento ic del tipo IF. El cálculo de éste se realizará siguiendo la metodología propuesta en la Sección III.

2. Para los instrumentos a los que se refieren los incisos c), d), e), f), g), h), i), k), n) y los instrumentos de renta variable del inciso l) de la Lista de Instrumentos Financieros, como

$$L_{IF,ic} = -S_{IF,ic}(1) + S_{IF,ic}(0).$$

donde, de manera análoga, las variables de la fórmula anterior se definen como:

- $S_{IF,ic}(0)$ es el valor de mercado al tiempo 0 para el instrumento ic del tipo IF, y
- $S_{IF,ic}(1)$ es el valor presente del valor de mercado al tiempo 1 para el instrumento ic del tipo IF. El cálculo de éste se realizará siguiendo la metodología propuesta en la Sección III.

II. Resumen de los principales resultados para el cálculo de $L_{A,IF}$

De acuerdo con las metodologías desarrolladas en la Sección III, se tienen los siguientes resultados.

Los resultados que se obtienen se derivan de modelar una serie de instrumentos base, los cuales se especifican en la lista presentada a continuación. Los índices utilizados en esta sección, para cada uno de los instrumentos descritos, se refieren a dicha lista.

- Instrumentos de referencia.

Se tienen los siguientes instrumentos primarios a partir de los cuales se modela el riesgo financiero. Se dividen en tres grandes grupos: tasas de interés, tipos de cambio e índices financieros.

a) Curvas de Tasas de Interés.
   1) Bonos-M;
   2) UMS;
   3) UDIBONOS;
   4) T-Bills;
   5) TIIE, y
   6) LIBOR.

b) Tipos de Cambio.
   1) Dólar, y
   2) UDI.

c) Índices Financieros.
   1) Mercado de Capitales Nacional:
      i) BMV-Consumo;
      ii) BMV-Materiales;
      iii) BMV-Industrial;
      iv) BMV-Financiero;
      v) BMV-Telecomunicaciones;
      vi) BMV-Índice de Precios y Cotizaciones;

vii) FIBRA Uno;

viii) Índice BMV Sociedades de Inversión Deuda;

ix) Índice BMV Sociedades de Inversión Renta Variable;

x) Índice de Vivienda de Sociedad Hipotecaria Federal, y

2) Mercado de Capitales Extranjero:

i) S&P Global 1200 Consumer Staples;

ii) S&P Global 1200 Energy;

iii) S&P Global 1200 Materials;

iv) S&P Global 1200 Industrials;

v) S&P Global 1200 Healthcare;

vi) S&P Global 1200 Consumer Discretionary;

vii) S&P Global 1200 Financial;

viii) S&P Global 1200 Information Technology;

ix) S&P Global 1200 Telecommunication Services;

x) S&P Global 1200 Utilities;

xi) S&P Global 1200;

xii) Credit Suisse Yield Enhanced Global Corporate Index, y

xiii) Credit Suisse Yield Enhanced Sovereign Index.

Para fines de notación se utilizarán los siguientes subíndices:

Cuadro 1: Subíndices de los instrumentos financieros.

Descripción	Índice	Total
Instrumento por cía.	ic ó jc	M_{IF}
Instrumentos base	ib ó jb	N
Curva de Interés	l ó k	N_{crv}
Moneda	m	N_{mon}
Instrumento Renta Variable	v	N_{rv}
Calificación	d	$\{1, \dots, K\}$

II.1. Instrumentos de deuda emitidos o respaldados por el Gobierno Federal.

A continuación se enumeran los resultados utilizados para calcular la distribución de pérdidas de los instrumentos a los que se refiere el inciso a) y los instrumentos de deuda a los que se refiere el inciso l) de la Lista de Instrumentos Financieros de la Sección I.

Por simplicidad de notación, se omiten los subíndices IF del total de instrumentos (en los casos que no genere confusión).

1. Bonos cupón cero expresados en su moneda de origen. El precio de un bono cupón cero referente a la curva l expresado en su moneda m_l al tiempo t, con fecha de maduración T se calcula como (véase Proposición 3.2)

$$P_l(t,T) = \exp\{U_l(T-t) + V_l(T-t)^T \eta_l(t)\}, \qquad (1)$$

donde:

- $\eta_l(t)$ es el proceso vectorial del modelo de Vasicek multifactor dado por

$$\eta_{l;i}(t) = \eta_{l;i}(0)e^{-\alpha_{l;i}t} + \beta_{l;i}(1 - e^{-\alpha_{l;i}t}) + \sigma_{l;i} \sum_{j=1}^{N} a_{l_i,j} \int_0^t e^{-\alpha_{l;i}(t-u)} dW_j\,(u),$$

con

- $\alpha_{l;i}$ la velocidad de regresión a la media para la *i*-ésima coordenada;
- $\beta_{l;i}$ la media de largo plazo para la *i*-ésima coordenada;
- $\sigma_{l;i}$ la volatilidad para la *i*-ésima coordenada, y
- $A = \{a_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,N}$ la matriz de dependencia entre los diferentes instrumentos base.

- $U_l(y)$ y $V_l(y)$ son las funciones de la representación afín del modelo Vasicek, dadas por

$$V_l(y) = vect[v(y, \alpha_{l;i})]_{i=1}^{Nf_l}$$

$$U_l(y) = -\sum_{i=1}^{Nf_l}\left(\beta_{l;i} - \frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\lambda_{l;i}\right)\left(y + v(x, \alpha_{l;i})\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{l;i}^2}{\alpha_{l;i}^2}\left(y + 2v(y, \alpha_{l;i}) - v(y, 2\alpha_{l;i})\right)$$

con

- $\lambda_{l;i}$ el precio de mercado del riesgo de la *j*-ésima coordenada;
- la función v está dada por

$$v(y, \alpha) = -\frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha y}), \tag{2}$$

- $W_1, \cdots, W_N$ movimientos Brownianos independientes.

2. Tipos de cambio. El tipo de cambio de la moneda m a la moneda doméstica (pesos) se calcula de la siguiente manera (véase Proposición 3.1)

$$Z_m(t) = Z_m(0)\exp\left\{\left(\mu_{Z_m} - \frac{\sigma_{Z_m}^2}{2}\right)t + \sigma_{Z_m}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_m,j}\, W_j(t)\right\}, \tag{3}$$

donde:

- $Z_m(0)$ representa el tipo de cambio de la moneda m a la moneda doméstica al tiempo de valuación (tiempo $t = 0$);
- μ_{Z_m} representa la deriva instantánea del tipo de cambio, y
- σ_{Z_m} representa la volatilidad del tipo de cambio.

3. Bonos cupón cero expresados en moneda doméstica. El precio de un bono cupón cero referente a la curva l expresado en moneda doméstica, al tiempo t, con fecha de maduración T se calcula como (véase Proposición 3.3)

$$P_l^{Z_{m_l}}(t, T) = Z_{m_l}(t)P_l(t, T) \tag{4}$$

donde:

- $P_l(t, T)$ está dado por la ecuación (1), y
- $Z_{m_l}(t)$ representa el tipo de cambio de la moneda m_l a la moneda doméstica, dada por la ecuación (3).

4. Bonos cupón cero con tasa variable expresados en moneda doméstica. El precio al tiempo t de un bono cupón cero referente a la curva l con moneda m_l, expresado en moneda doméstica, cuyo principal se encuentra referenciado al rendimiento del periodo x de la curva k (cupón con tasa variable) y con fecha de vencimiento T, tiene la siguiente expresión (véase Proposición 3.4)

$$P_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = \frac{P_l^{Z_{m_l}}(t,T)}{x}\left(\sum_{h=1}^{Nf_l} v(x,\alpha_{k;h})\left[e^{-\alpha_{k;h}(T-t)}\eta_{k;h}(t) - \alpha_{k;h}\gamma^0_{k_h,l,m_l} v(T-t,\alpha_{k;h}) - \sum_{i=1}^{Nf_l}\gamma^1_{k_h,l_i}\,\alpha_{k;h}\,v(T-t,\alpha_{l;i}+\alpha_{k;h})\right] - U_k(x)\right) \quad (5)$$

donde:

- $P_l^{Z_{m_l}}(t,T)$ está dado por la ecuación (4);
- $Y_{k;x}(T)$ representa rendimiento anualizado del periodo $(T, T+x)$ de la curva *k*; dado por la siguiente expresión

$$Y_{k;x}(T) = -\frac{1}{x}\left(V_k(x)^T\eta_k(T) + U_k(x)\right),$$

con $U_k(x)$ y $V_k(x)$ determinadas por la ecuación (1), y

- $\gamma^0_{k_h,l,m_l}$ y $\gamma^1_{k_h,l_i}$ están definidas como

$$\gamma^0_{k_h,l,m_l} = \beta_{k;h} - \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\lambda_{k;h} + \frac{\sigma_{k;h}\,\sigma_{Z_{m_l}}}{\alpha_{k;h}}\rho_{k_h,Z_{m_l}} - \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\sum_{h=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\rho_{k_h,l_i}$$

$$\gamma^1_{k_h,l_i} = \frac{\sigma_{k;h}\,\sigma_{l;i}}{\alpha_{k;h}\,\alpha_{l;i}}\rho_{k_h,l_i} \quad (6)$$

- ρ_{k_h,l_i} denota la correlación entre el factor *h* de la curva *k* y el factor i de la curva *l*.

5. Bonos con cupones. Los siguientes resultados se construyen a partir de las distintas modalidades de bonos cupón cero.

a) Cupones con tasa fija. Se considera un bono que paga cupones a tasa fija a lo largo de su vigencia con las siguientes características:

- *l* es la curva de referencia;
- m_l es la moneda origen y se encuentra expresado en moneda doméstica;
- *T* es la fecha de vencimiento;
- *c* representa la tasa anualizada de los cupones fijos;
- δ representa el periodo entre el pago de cupones, y
- *M* representa el nominal o principal.

El precio de dicho bono al tiempo *t* está dado por

$$P_l^{Z_{m_l},c,\delta}(t,T) = M\left\{\delta c\sum_{j=1}^{n}P_l^{Z_{m_l}}(t,T_j) + P_l^{Z_{m_l}}(t,T)\right\},$$

donde:

- $P_l^{Z_{m_l}}$ está dado por la ecuación (4);
- *n* representa el número total de pagos que se dan en el periodo $(t,T]$, y
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de pago y se calculan como $T_n = T$, $T_{n-1} = T-\delta$, $T_{n-2} = T-2\delta$, y así sucesivamente.

b) Cupones con tasa variable. Se considera un bono que paga cupones con tasa variable a lo largo de su vigencia con las siguientes características:

- l es la curva de referencia;
- m_l es la moneda origen y se encuentra expresado en moneda doméstica;
- T es la fecha de vencimiento;
- k representa la curva de origen de la tasa de los cupones;
- x representa el periodo de rendimiento prometido de los cupones;
- δ representa el periodo entre el pago de cupones, y
- M representa el nominal o principal.

El precio de dicho bono al tiempo t está dado por

$$P_l^{Z_{m_l},Y_{k;x},\delta}(t,T) = M\left\{\delta\sum_{j=1}^{n} P_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T_j) + P_l^{Z_{m_l}}(t,T)\right\}$$

donde:

- $P_l^{Z_{m_l},Y_{k;x},}$ está dado por la ecuación (5);
- n representa el número total de pagos que se dan en el periodo $(t,T]$, y
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de pago y se calculan como $T_n = T,\ T_{n-1} = T-\delta, T_{n-2} = T-2\delta$ y así sucesivamente.

c) Cupones con amortización del principal. Se considera un bono que amortiza el principal a lo largo de su vigencia con las siguientes características:

- l es la curva de referencia;
- m_l es la moneda origen y se encuentra expresado en moneda doméstica;
- T es la fecha de vencimiento;
- δ representa el periodo entre el pago de las amortizaciones del principal, y
- M representa el nominal o principal no amortizado a la fecha de valuación.

El precio de dicho bono al tiempo t está dado por

$$P_l^{Z_{m_l},c,\delta}(t,T) = \left\{\frac{M}{n}\sum_{j=1}^{n} P_l^{Z_{m_l}}(t,T_j)\right\},$$

donde:

- $P_l^{Z_{m_l}}$ está dado por la ecuación (4);
- n representa el número total de pagos que se dan en el periodo $(t,T]$,y se calcula como $n = \left\lceil\frac{T-t}{\delta}\right\rceil - 1$, y
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de pago y se calculan como $T_n = T$, $T_{n-1} = T-\delta, T_{n-2} = T-2\delta$ y así sucesivamente.

Cuando la amortización del principal es facultad del emisor, se considera que el valor no amortizado del principal a la fecha de valuación, será pagado a la fecha de vencimiento.

II.2 Instrumentos de deuda de empresas privadas.

A continuación se enumeran los resultados utilizados para calcular la distribución de los instrumentos a los que se refieren los incisos b) y j) y los instrumentos de deuda a los que se refiere el inciso l) de la Lista de Instrumentos Financieros de la Sección I.

1. Bonos corporativos cupón cero expresados en moneda doméstica. El precio, al tiempo t, de un bono corporativo cupón cero referente a la curva l, expresado en moneda doméstica, con calificación d al tiempo t y fecha de vencimiento T es (véase Proposición 3.5)

$$D_{l,d}^{Z_{m_l}}(t,T) = P_l^{Z_{m_l}}(t,T) \exp\left\{-\vartheta_{d,l}(T-t) + \sum_{i=1}^{Nf_l} v(T-t,\alpha_{l;i})\,\kappa_{d,l;i}\eta_{l;i}(t) - \sum_{i=1}^{Nf_l}\kappa_{d,l;i}\,\gamma_{l_i}^0\left(T-t+v(T-t,\alpha_{l;i})\right) - \sum_{i=1}^{Nf_l}\kappa_{d,l;i}\frac{\sigma_{l;i}^2}{2\alpha_{l;i}}v^2(T-t,\alpha_{l;i}) + \sum_{i=1}^{Nf_l}\frac{\kappa_{d,l;i}\sigma_{l;i}^2}{2\alpha_{l;i}^2}\left[(T-t)+2v(T-t,\alpha_{l;i})-v(T-t,2\alpha_{l;i})\right]\right\} \quad (7)$$

donde:

- $\gamma_{l_i}^0$ está definida como

$$\gamma_{l_i}^0 = \beta_{l;i} - \frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\lambda_{l;i} + \frac{\sigma_{l;i}\,\sigma_{Z_{m_l}}}{\alpha_{l;i}}\rho_{l_i,Z_{m_l}} - \frac{\sigma_{l;i}^2}{\alpha_{l;i}^2} \quad (8)$$

- ρ_{k_h,l_i} denota la correlación entre el factor h de la curva k y el factor i de la curva l.
- $v(y,\alpha)$ se define como en la ecuación (2), y
- Para la calificación d se considera que el spread de la curva l tiene una representación afín dada por

$$\kappa_{d,l}^T\eta_l(t) + \vartheta_{d,l}$$

con $\kappa_{d,l} = \{\kappa_{d,l;i}\}_{j=1}^{Nf_l}$ un vector constante y $\vartheta_{d,l}$ una constante.

2. Bonos corporativos cupón cero con tasa variable expresados en moneda doméstica. El precio al tiempo t, de un bono corporativo cupón cero referente a la curva l, expresado en moneda doméstica, con calificación d al tiempo t, cuyo principal se encuentra referenciado al rendimiento del periodo x de la curva k (cupón con tasa variable) y con fecha de vencimiento T, tiene la siguiente expresión (véase Proposición 3.6)

$$D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = \frac{D_{l,k,d}^{Z_{m_l}}(t,T)}{x}\left(-\sum_{h=1}^{Nf_k} v(x,\alpha_{k;h})\times \left\{\sum_{i=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{k;h}\sigma_{l;i}\kappa_{d,l;i}}{\alpha_{l;i}}\,\rho_{k_h,l_i}\left[v(T-t,\alpha_{k;h})-v(T-t,\alpha_{k;h}+\alpha_{l;i})\right] + e^{-\alpha_{k;h}(T-t)}\eta_{k;h}(t) - \alpha_{k;h}\gamma_{k_h,l,m_l}^0 v(T-t,\alpha_{k;h}) - \sum_{i=1}^{Nf_l}\gamma_{k_h,l_i}^1\,\alpha_{k;h}v(T-t,\alpha_{l;i}+\alpha_{k;h})\right\} - U_k(x)\right) \quad (9)$$

donde:

- $D_{l,d}^{Z_{ml}}(t,T)$ lo esta por la ecuación (7);
- ρ_{k_h,l_i} denota la correlación entre el factor h de la curva k y el factor i de la curva l.
- U_k está definidas por la ecuación (1),

- $v(y,\alpha)$ está definida por la ecuación (2),
- $\gamma^{0}_{k_h,l,m_l}$ y $\gamma^{1}_{k_h,l_i}$ se definen en la ecuación (6), y
- Para la calificación *d* se considera que el spread de la curva l tiene una representación afín dada por

$$\kappa^{T}_{d,l}\eta_l(t)+\vartheta_{d,l}$$

con $\kappa_{d,l}=\{\kappa_{d,l;i}\}_{j=1}^{N f_l}$ un vector constante y $\vartheta_{d,l}$ una constante.

3. Bonos corporativos con cupones. Los siguientes resultados se construyen a partir de las distintas modalidades de bonos corporativos cupón cero.

a) Cupones con tasa fija. Se considera un bono corporativo que paga cupones a tasa fija a lo largo de su vigencia con las siguientes características:

- *l* es la curva de referencia;
- m_l es la moneda origen y se encuentra expresado en moneda doméstica;
- *T* es la fecha de vencimiento;
- d_0 es la calificación al tiempo 0;
- *c* representa la tasa anualizada de los cupones fijos;
- δ representa el periodo entre el pago de cupones, y
- *M* representa el nominal o principal.

El precio de dicho bono al tiempo t está dado por

$$D^{Z_{m_l},c,\delta}_{l,d_0,0}(t,T)=M\sum_{d=1}^{K-1}\mathbb{1}_{\{\xi(t)=d\}}\left\{\delta c\sum_{j=1}^{n}D^{Z_{m_l}}_{l,d}\left(t,T_j\right)+\ D^{Z_{m_l}}_{l,d}(t,T)\right\},$$

donde:

- $D^{Z_{m_l}}_{l,d}$ está dado por la ecuación (7);
- $\xi=\{\xi(t)\}$ es el proceso que denota la calificación del bono al tiempo *t*;
- *n* representa el número total de pagos que se dan en el periodo $(t,T]$, y
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de pago y se calculan como $T_n=T$, $T_{n-1}=T-\delta, T_{n-2}=T-2\delta$ y así sucesivamente.

b) Cupones con tasa variable. Se considera un bono corporativo que paga cupones con tasa variable a lo largo de su vigencia con las siguientes características:

- *l* es la curva de referencia;
- m_l es la moneda origen y se encuentra expresado en moneda doméstica;
- *T* es la fecha de vencimiento;
- d_0 es la calificación al tiempo 0;
- *k* representa la curva de origen de la tasa de los cupones;
- *x* representa el periodo de rendimiento prometido de los cupones;
- δ representa el periodo entre el pago de cupones, y
- *M* representa el nominal o principal.

El precio de dicho bono al tiempo *t* está dado por

$$D^{Z_{m_l},Y_{k;x},\delta}_{l,d_0,0}(t,T)=M\sum_{d=1}^{K-1}\mathbb{1}_{\{\xi(t)=d\}}\left\{\delta\sum_{j=1}^{n}D^{Z_{m_l},Y_{k;x}}_{l,d}\left(t,T_j\right)+D^{Z_{m_l}}_{l,d}(t,T)\right\},$$

donde:

- $D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}$ está dado por la ecuación (9);
- $\xi = \{\xi(t)\}$ es el proceso que denota la calificación del bono al tiempo t;
- n representa el número total de pagos que se dan en el periodo $(t, T]$, y
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de pago y se calculan como $T_n = T$, $T_{n-1} = T - \delta, T_{n-2} = T - 2\delta$ sucesivamente.

II.3. Instrumentos de renta variable.

En esta subsección se presentan los resultados utilizados para calcular la distribución de los instrumentos a los que se refieren los incisos c), d), e), f), g), h), i), k), n) y los instrumentos de renta variable a los que se refiere el inciso l) de la Lista de Instrumentos Financieros de la Sección I.

Los resultados de esta subsección se basan en la Proposición 3.1.

Sea S_v el precio de alguno de los instrumentos referidos, donde el subíndice v indica el número de instrumento. Tienen la siguiente expresión

$$S_v(t) = S_v(0)\exp\left\{\left(\mu_{S_v} - \frac{\sigma_{S_v}}{2}\right)t + \sigma_{S_v}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_v,j}W_j(t)\right\},$$

donde:

- μ_{S_v} representa el coeficiente de deriva instantáneo, y
- σ_{S_v} representa la volatilidad.

II.4. Operaciones financieras derivadas

A continuación se enumeran los resultados utilizados para calcular la distribución de los instrumentos a los que se refiere el inciso m) de la Lista de Instrumentos Financieros de la Sección I.

a) Contratos adelantados o a futuro de tipo de cambio. Se considera un instrumento derivado que consiste en el intercambio de flujos en una fecha determinada. Tiene las siguientes características:

   1) Generales.
      - T es la fecha de vencimiento;
      - d_0 es la calificación de la contraparte al tiempo 0;
      - M representa el valor nocional del instrumento;
   2) Parte Activa.
      - m_{l_A} es la moneda de origen de la parte activa;
      - S_A representa el monto de pago o strike de la parte activa;
   3) Parte Pasiva.
      - m_{l_P} es la moneda de origen de la parte pasiva, y
      - S_P representa el monto de pago o strike de la parte pasiva.

   El precio de dicho instrumento al tiempo t está dado por

$$F_{l_A,l_P,d_0}^{Z_{m_{l_A}},Z_{m_{l_P}}}(t,T) = M\sum_{d=1}^{K-1}\mathbb{1}_{\{\xi(t)=d\}}\left\{S_A D_{l_A,d}^{Z_{m_{l_A}}}(t,T) - S_P D_{l_P,d}^{Z_{m_{l_P}}}(t,T)\right\},$$

   donde $D_{l,d}^{Z_m}$ se define como en la ecuación (7).

b) Contratos adelantados o a futuro de tasa. Contrato de recibo.

Se considera un instrumento derivado que consiste en el intercambio de flujos en una fecha o fechas determinadas. Tiene las siguientes características:

1) Generales.

- T es la fecha de vencimiento;
- d_0 es la calificación de la contraparte al tiempo 0;
- M representa el valor nocional del instrumento;
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de corte y se calculan como $T_n = T, T_{n-1} = T - \delta, T_{n-2} = T - 2\delta$ y así sucesivamente donde δ representa el periodo de tiempo entre cortes;

2) Parte Activa.

- m_{l_A} es la moneda de origen de la parte activa;
- S_A representa el monto de tasa o strike de la parte activa;

3) Parte Pasiva.

- m_{l_P} es la moneda de origen de la parte pasiva;
- S_P representa el monto de pago o strike de la parte pasiva;
- k_P representa la curva de referencia de la tasa flotante del contrato, y
- x_P representa el periodo de rendimiento prometido de los pagos de tasa flotante.

El precio de dicho instrumento al tiempo t está dado por

$$F_{l_A,l_P,d_0}^{Z_{m_{l_{A'}}},Z_{m_{l_P}},Y_{k_P;x_P}}(t,T) = M \sum_{d=1}^{K-1} \mathbb{1}_{\{\xi(t)=d\}} \times \sum_{j=1}^{n} \left\{ \delta S_A D_{l_A,d}^{Z_{m_{l_A}}}(t,T_j) - \delta S_P D_{l_P,d}^{Z_{m_{l_P}},Y_{k_P;x_P}}(t,T_j) \right\},$$

donde $D_{l,d}^{Z_m}$ y $D_{l,d}^{Z_m,Y_{k;x}}$ y se define como en la ecuación (7) y en la ecuación (9).

c) Contratos adelantados o a futuro de tasa. Contrato de pago.

Se considera un instrumento derivado que consiste en el intercambio de flujos en una fecha o fechas determinadas. Tiene las siguientes características:

1) Generales.

- T es la fecha de vencimiento;
- d_0 es la calificación de la contraparte al tiempo 0;
- M representa el valor nocional del instrumento;
- $\{T_j\}_{j=1}^{n}$ denotan los tiempos de corte y se calculan como $T_n = T, T_{n-1} = T - \delta, T_{n-2} = T - 2\delta$ y así sucesivamente donde δ representa el periodo de tiempo entre cortes;

2) Parte Activa.

- m_{l_A} es la moneda de origen de la parte activa;
- S_A representa el monto de tasa o strike de la parte activa;
- $\boldsymbol{k_A}$ representa la curva de referencia de la tasa flotante del contrato;
- x_A representa el periodo de rendimiento prometido de los pagos de tasa flotante;

3) Parte Pasiva.

- m_{l_P} es la moneda de origen de la parte pasiva, y
- S_P representa el monto de pago o strike de la parte pasiva.

El precio de dicho instrumento al tiempo *t* está dado por

$$F_{l_A,l_P,d_0}^{Z_{m_{l_A}},Y_{k_A;x_A},Z_{m_{l_P}}}(t,T) = M\sum_{d=1}^{K-1}\mathbb{1}_{\{\xi(t)=d\}} \times \sum_{j=1}^{n}\left\{\delta S_A D_{l_A,d}^{Z_{m_{l_A}},Y_{k_A;x_A}}(t,T_j) - \delta S_P D_{l_P,d}^{Z_{m_{l_P}}}(t,T_j)\right\},$$

donde $D_{l,d}^{Z_m}$ y $D_{l,d}^{Z_m,Y_{k;x}}$ se define como en la ecuación (7) y en la ecuación (9).

III. Modelo de valuación para los Instrumentos Financieros. Metodología Teórica.

En esta sección se desarrolla el marco teórico que se utiliza para modelar los riesgos de los distintos instrumentos financieros descritos en la Sección I del presente documento.

En adelante, se considera $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{F},\mathbb{P})$ un espacio de probabilidad filtrado que satisface las condiciones usuales, donde todos los procesos son definidos.

Sean $W_1,\ldots,W_N$ movimientos Brownianos independientes.

III.1. Modelos bajo la medida de probabilidad observada.

En esta subsección se enuncian las dinámicas de los instrumentos primarios, los cuales servirán como bloques básicos para la construcción de los precios de instrumentos más generales.

Observación 3.1. A lo largo de esta nota metodológica se asume que dichos instrumentos cumplen las dinámicas que se especifican en el siguiente apartado.

III.1.1. Dinámica de los modelos.

A continuación se presenta la dinámica propuesta para los instrumentos base. Por simplicidad de notación, se utiliza el mismo índice, ib, con $ib = 1,\ldots,N_A$, para todos los instrumentos, aunque cada instrumentos tiene su propio índice según la Lista de Instrumentos Financieros de la Sección II.

Bajo la medida de probabilidad $\mathbb{P}$ se proponen las siguientes dinámicas.

1. Tasas spot. La tasa corta o spot de la curva l, denotada por r_l, sigue un modelo de Vasicek multifactorial

$$r_l(t) = \sum_{i=1}^{Nf_l}\eta_{l;i}(t) \qquad (10)$$
$$r_l(0) = \sum_{i=1}^{Nf_l}\eta_{l;i0}$$

donde el vector η_l sigue la dinámica aleatoria especificada por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales estocásticas:

$$d\eta_{l;i}(t) = \alpha_{l;i}\left(\beta_{l;i} - \eta_{l;i}(t)\right)dt + \sigma_{l;i}\sum_{j=1}^{N}a_{l_i,j}\,dW_j(t) \qquad (11)$$
$$\eta_{l;i} = \eta_{l;i0}$$

2. Cuentas de banco. La cuenta de banco para cada curva, tiene la siguiente dinámica

$$dB_l(t) = B_l(t)r_l(t)dt,$$
$$B_l(0) = 1$$

3. Instrumentos de renta variable. Para el mercado de instrumentos de renta variable se consideran índices por sector modelados con movimientos brownianos geométricos. El índice de renta variable v, denotado por S_v, tiene la siguiente dinámica

$$dS_v(t) = S_v(t)\left[\mu s_v dt + \sigma_{S_v}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_v,j} dW_j(t)\right],$$

(12)

$$S_v(0) = S_{v0}.$$

4. Tipos de cambio. El tipo de cambio se modela con movimientos brownianos geométricos para las distintas monedas. El tipo de cambio de la moneda m, denotado por Z_m, tiene la siguiente dinámica

$$dZ_m(t) = Z_m(t)\left[\mu z_m dt + \sigma_{Z_m}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_m,j} dW_j(t)\right],$$

(13)

$$Z_m(0) = Z_{m0}.$$

III.1.2. Solución de las dinámicas.

Las soluciones de cada una de las dinámicas propuestas en el apartado anterior se presentan en el siguiente resultado (véase [BM01], [Shr04] ó [Bjö98] ó [CS03]).

Proposición 3.1. Para las dinámicas propuestas en el Apartado III.1.1 se cumple lo siguiente.

1. Tasas spot. La tasa corta para la curva l, tiene la siguiente solución bajo el modelo de Vasicek (ecuaciones (10) y (11)). Para $0 \leq s < t$ se cumple

$$r_l(t) = \sum_{i=1}^{N_{f_l}}\left\{\eta_{l;i}(s)e^{-\alpha_{l;i}(t-s)} + \beta_{l,i}\left(1 - e^{-\alpha_{l;i}(t-s)}\right) + \sigma_{l;i}\sum_{j=1}^{N} a_{l_i,j}\int_s^t e^{-\alpha_{l;i}(t-u)} dW_j(u)\right\}$$

(14)

2. Cuentas de banco. La cuenta de banco satisface

$$B_l(t) = \exp\left\{\int_0^t r_l(u)du\right\}$$

donde

$$\int_0^t r_l(u)\,du = \sum_{i=1}^{Nf_l}\left\{\frac{(\eta_{l;i0} - \beta_{l;i})}{\alpha_{l;i}}(1 - e^{-\alpha_{l;i}t}) + \beta_{l;i}t + \frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\sum_{j=1}^{N} a_{i,j}\int_0^t \left(1 - e^{-\alpha_{l,i}(t-u)}\right) dW_j(u)\right\}.$$

(15)

3. Instrumentos de renta variable. La solución de la dinámica del índice de renta variable v, (ecuación (12)), para $0 \leq s < t$ está dada por

$$S_v(t) = S_v(s)\exp\left\{\left(\mu_{S_v} - \frac{\sigma_{S_v}^2}{2}\right)(t-s) + \sigma_{S_v}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_v,j}\left(W_j(t) - W_j(s)\right)\right\}.$$

(16)

4. Tipos de cambio. Finalmente, de manera análoga para el tipo de cambio (ecuación (13)) se tiene que

$$Z_m(t) = Z_m(s)\exp\left\{\left(\mu_{Z_m} - \frac{\sigma_{Z_m}^2}{2}\right)(t-s) + \sigma_{Z_m}\sum_{j=1}^{N} a_{ib_m,j}\left(W_j(t) - W_j(s)\right)\right\}. \tag{17}$$

III.2. Valuación de bonos.

La metodóloga utilizada para la valuación de las distintas modalidades de bonos se basa en la teoría de Arbitraje en tiempo continuo (véase [BM01], [Shr04] ó [Bjö98]).

Uno de los principales resultados de dicha teoría es el Teorema de Valuación de Riesgo Neutral. A continuación, se enuncia una versión de dicho teorema:

Teorema 3.1 (Fórmula de Valuación de Riesgo Neutral.). Sea un mercado formado por $S_0, S_1, \dots, S_N$ activos primarios que no pagan dividendos y sea S_0 un numeraire. Entonces, el precio de una T-reclamación contingente X está dado por

$$\Pi(t;X) = S_0(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{X}{S_0(T)}\middle|\mathcal{F}_t\right],$$

donde $\mathbb{Q}$ representa una medida martingala equivalente para el mercado $S_0, S_1, \dots, S_N$.

El mercado teórico sobre el que se trabaja tiene las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1.

1. Se considera como numeraire la cuenta de banco B_{l_d}, donde l_d representa la curva doméstica. Cuando no genere confusión, se suprime el subíndice l_d para simplificar la notación.
2. Localmente, cada mercado l utiliza como numeraire la cuenta de banco B_l. Sea $\mathbb{Q}_l$ la medida martingala equivalente para dicho mercado.
3. El mercado global sobre el que se trabaja está formado por los precios en moneda doméstica de cada uno de los instrumentos que participan en cada mercado l (véase [Bjö98] [MR05] ó [Shr04]).
4. La medida martingala equivalente del mercado global se denota por $\mathbb{Q}$.
5. Sea $\mathbb{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t\geq 0}$ la filtración generada por los movimientos Brownianos $W_1, \dots, W_N$.

III.2.1. Bonos cupón cero.

A continuación se presentan los resultados utilizados para la valuación de bonos cupón cero valuados en su moneda y en moneda doméstica.

Se considera una curva l expresada en moneda m_l. Sea r_l la tasa spot que sigue un modelo de Vasicek dado por (12). El Teorema de Riesgo Neutral nos dice que el precio de un instrumento que paga una unidad de moneda m_l al tiempo T, denotado por $P_l(t,T)$, está dado por

$$\mathrm{P}_l(t,T) = B_l(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_l}\left\{\frac{1}{B_l(T)}\middle|\mathcal{G}_t\right\}.$$

Siguiendo la metodóloga de la representación afín de la estructura temporal de tasas se tiene el siguiente resultado (véase [Bjö98] ó [CS03] Capítulo 12).

Proposición 3.2. Sea r_l la tasa spot cuya dinámica está dada por la ecuación (10), es decir, sigue un modelo de Vasicek. Entonces el precio de un bono cupón cero al tiempo t con fecha de vencimiento T satisface la siguiente ecuación

$$P_l(t,T) = \exp\{U_l(T-t) + V_l(T-t)^T\eta_l(t)\} \tag{18}$$

donde:

$$V_l(y) = vect[v(y,\alpha_{l;i})]_{i=1}^{Nf_l}$$

$$U_l(y) = -\sum_{l=1}^{Nf_l}\left(\beta_{l;i} - \frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\lambda_{l;i}\right)\left(y + v(x,\alpha_{l;i})\right) + \frac{1}{2}\sum_{i,=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{l;i}^2}{\alpha_{l;i}^2}(y + 2v(y,\alpha_{l;i}) - v(y,2\alpha_{l;i})) \quad (19)$$

con

$$v(y,\alpha) = -\frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha y}); \quad (20)$$

y λ_l representa el precio de mercado del riesgo para la curva l.

El siguiente resultado se basa en el método de cambio de numeraire (véase [Bjö98] ó [BM01]). De nuevo se considera la curva l cuya moneda es m_l. Se tiene un instrumento que al tiempo T paga una unidad de la moneda m_l expresada en moneda doméstica. Al precio de dicho instrumento al tiempo t se le denota por $\mathrm{P}_l^{Z_{m_l}}(t,T)$. El Teorema de Riesgo Neutral establece que

$$\mathrm{P}_l^{Z_{m_l}}(t,T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left\{\frac{Z_{m_l}(T)}{B_{l_d}(T)}\middle|\mathcal{G}_t\right\}.$$

Se tiene el siguiente resultado.

Proposición 3.3. Sea $P_l^{Z_{m_l}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de un instrumento que paga una unidad de la moneda m_l al tiempo T. Entonces, para $0 \le t \le T$, se cumple lo siguiente

$$\mathrm{P}_l^{Z_{m_l}}(t,T) = Z_{m_l}(t)P_l(t,T),$$

donde Z_{m_l} representa el tipo de cambio de la moneda m_l a la doméstica dado por la ecuación (17) y P_l satisface la ecuación (18).

Observación 3.2. La proposición anterior se basa en considerar como nuevo numeraire al instrumento $Z_{m_l}(\cdot)P_l(\cdot,T)$. En este caso, el proceso de la derivada de Radon-Nykodym está dado por

$$dL(t) = d\left(\frac{Z_{m_l}(t)P_l(t,T)}{B_{l_d}(t)}\right), \qquad t \in [0,T].$$

III.2.2.Bonos cupón cero con tasa variable.

En este apartado se calcula el precio de los cupones que paga un bono referenciados a una tasa variable.

Para ello, se considera un instrumento que en el mercado l, con moneda m_l, al tiempo T, paga el rendimiento anualizado del periodo x de un bono del mercado k, todo expresado en moneda doméstica. Sea $\mathrm{P}_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de dicho instrumento, por el Teorema de Valuación de Riesgo Neutral se cumple para $0 \le t \le T$.

$$\mathrm{P}_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left\{\frac{Z_{m_l}(T)Y_{k;x}(T)}{B_{l_d}(T)}\middle|\mathcal{G}_t\right\}$$

donde $Y_{k;x}$ está definida a partir de la ecuación (18) como

$$Y_{k;x}(T) = -\frac{1}{x}\log(P_k(T,T+x)) = -\frac{1}{x}(V_k(x)^T\eta_k(T) + U_k(x)). \quad (21)$$

El siguiente resultado es una consecuencia de valuar bajo la medida forward $\mathbb{Q}_{l,T}$ definida al considerar al proceso $\mathrm{P}_l^{Z_{m_l}}(\cdot,T)$ como numeraire.

Proposición 3.4. *Sea* $P_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de un instrumento en el mercado l que al tiempo T paga el rendimiento anualizado del periodo x de un bono del mercado k expresado en moneda doméstica. Entonces, para $0 \le t \le T$ se cumple que

$$\mathrm{P}_l^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = \frac{P_l^{Z_{m_l}}(t,T)}{x}\left(-\sum_{h=1}^{Nf_k} v(x,\alpha_{k;h})\left[e^{-\alpha_{k;h}(T-t)}\eta_{k;h}(t) - \alpha_{k;h}\gamma^0_{k_h,l,m_l} v(T-t,\alpha_{k;h}) - \sum_{h=1}^{Nf_l}\gamma^1_{k_h,l_i}\alpha_{k;h}\, v(T-t,\alpha_{l;i}+\alpha_{k;h})\right] - U_k(x)\right)$$

donde

- U está definida por la ecuación (19);
-

$$\gamma^0_{k_h,l,m_l} = \beta_{k;h} - \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\lambda_{k;h} + \frac{\sigma_{k;h}\sigma_{Z_{m_l}}}{\alpha_{k;h}}\rho_{k_h,Z_{m_l}} - \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\sum_{h=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\rho_{k_h,l_i} \quad \text{y;}$$

$$\gamma^1_{k_h,l_i} = \frac{\sigma_{k;h}\sigma_{l;i}}{\alpha_{k;h}\alpha_{l;i}}.$$

(22)

Observación 3.3. Nuevamente, la proposición anterior se basa en considerar como nuevo numeraire al instrumento $Z_{m_l}(\cdot)P_l(\cdot,T)$. El proceso de la derivada de Radon-Nykodym está dado por

$$dL(t) = d\left(\frac{Z_{m_l}(t)P_l(t,T)}{B_{l_d}(t)}\right), \quad t \in [0,T].$$

La dinámica de la tasa η_k *bajo* $\mathbb{Q}_{l,T}$ está dada por

$$d\eta_{k,h}(t) = \alpha_{k;h}\left(\left[\beta_{k;h} - \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\lambda_{k;h} + \frac{\sigma_{k;h}}{\alpha_{k;h}}\sum_{h=1}^{Nf_l} v(T-t,\alpha_{l;i})\sigma_{l;i}\rho_{k_h,l_i} + \frac{\sigma_{k;h}\sigma_{Z_{m_l}}}{\alpha_{k;h}}\rho_{k_h,Z_{m_l}}\right] - \eta_{k;h}(t)\right)dt + \sum_{j=1}^{N} a_{k_h,j}\, dW_j^{\mathbb{Q}_{T,l}}(t)\,,$$

$$\eta_{k,h}(0) = \eta_{k,h0},$$

Este proceso corresponde a la dinámica propuesta por Hull & White (véase [Bjö98] ó [CS03] Capítulo 12).

III.3. Valuación de bonos corporativos.

La teoría para la valuación de bonos corporativos o calificados toma como base la teoría de Arbitraje en tiempo continuo y la extiende para contemplar la posibilidad de incumplimiento del contrato por parte de la compañía emisora.

Se suponen como ciertas las Hipótesis 1 y las siguientes hipótesis.

Hipótesis 2 (Calificaciones de los bonos corporativos).

1. Las emisiones de bonos son clasificadas por una compañía calificadora, la cual les otorga una calificación dentro del conjunto $\{1,2,\ldots,K\}$, siendo 1 la mejor calificación y prosiguiendo de manera decreciente hasta llegar a la calificación que indica el default, dada por k.

2. Para la calificación d se considera que el spread de la curva l tiene una representación afín dada por

$$\kappa_{d,l}^{T}\eta_l(t)+\vartheta_{d,l}$$

donde

- $\kappa_{d,l}=\{\kappa_{d,l;i}\}_{i=1}^{Nf_l}$ es un vector constante, y
- $\vartheta_{d,l}$ es constante.

III.3.1. Bonos corporativos cupón cero.

A continuación se muestran los resultados utilizados para la valuación de bonos corporativos cupón cero valuados en moneda doméstica.

Se considera una curva l expresada en moneda m_l. Utilizando las Hipótesis 2 se define el precio al tiempo t de un instrumento que paga una unidad de moneda m_l al tiempo T expresado en moneda doméstica, dado que al tiempo t tiene una calificación d y denotado por $D_{l,d}(t,T)$, como

$$\mathrm{D}_{l,d}(t,T)=B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_{m_l}(T)}{B_{l_d}(T)}\exp\left\{-\int_t^T\left(\kappa_{d,l}^{T}\eta_l(t)+\vartheta_{d,l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right],$$

donde $\kappa_{d,l}^{T}$ y $\vartheta_{d,l}$ están determinados por las Hipótesis 2.

Proposición 3.5. Sea $D_{l,d}^{Z_{m_l}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de un instrumento en el mercado l, que al tiempo T paga una unidad de moneda m_l expresado en moneda doméstica, dado que al tiempo t tiene calificación d. Entonces, para $0\le t\le T$, se cumple que

$$\begin{aligned}
D_{l,d}^{Z_{m_l}}(t,T) &= B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_{m_l}(T)}{B_{l_d}(T)}\exp\left\{-\int_t^T\left(\kappa_{d,l}^{T}\eta_l(t)+\vartheta_{d,l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right]\\
&= P_l^{Z_{m_l}}(t,T)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_l,T}\left[\exp\left\{\int_t^T\left(\kappa_{d;l}^{T}\,\eta_l(u)+\vartheta_{d;l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right]\\
&= P_l^{Z_{m_l}}(t,T)\exp\left\{-\vartheta_{d;l}(T-t)\right.\\
&+\sum_{i=1}^{Nf_l}v\left(T-t,\alpha_{l;i}\right)\kappa_{d,l;i}\eta_{l;i}(t)-\sum_{i=1}^{Nf_l}\kappa_{d,l;\,i}\gamma_{l_i}^{0}\left(T-t,+v\left(T-t,\alpha_{l;i}\right)\right)\\
&-\sum_{i=1}^{Nf_l}\kappa_{d,l;\,i}\frac{\sigma_{l;i}^{2}}{2\alpha_{i;i}}v^{2}\left(T-t,\alpha_{l;i}\right)\\
&\left.+\sum_{i=1}^{Nf_l}\frac{\kappa_{d,l;i}\sigma_{l;i}^{2}}{2\alpha_{l;i}^{2}}\left[(T-t)+2v\left(T-t,\alpha_{l;i}\right)-v(T-t,2\alpha_{l;i})\right]\right\}
\end{aligned}$$

(23)

donde:

- $\gamma_{l_i}^{0}$ está definido por

$$\gamma_{l_i}^{0}=\beta_{l;i}-\frac{\sigma_{l;i}}{\alpha_{l;i}}\lambda_{l;i}+\frac{\sigma_{l;i}\,\sigma_{Z_{m_l}}}{\alpha_{l;i}}\rho_{l_{i,}Z_{m_l}}-\frac{\sigma_{l;i}^{2}}{\alpha_{l;i}^{2}}$$

(24)

- $\rho_{k_h,Z_{m_l}}$ denota la correlación entre el factor h de la curva k y la curva del tipo de cambio de la moneda m_l;
- $v(y,\alpha)$ se define como en la ecuación (20), y
- $\kappa_{d,l}^T$ y $\vartheta_{d,l}$ y estan determinadas por las Hipótesis 2.

Observación 3.4. La proposición anterior se basa en considerar como nuevo numeraire al instrumento $Z_{m_l}(\cdot)\,P_l(\cdot\,,T)$.

III.3.2. Bonos corporativos cupón cero con tasa variable.

En este apartado se presentan los resultados utilizados para calcular el precio de los cupones que paga un bono corporativo referenciado a una tasa variable.

Para ello, se considera un instrumento en el mercado l, con moneda m_l y con calificación d al tiempo t, el cual paga el rendimiento anualizado del periodo x de un bono del mercado k al tiempo T, todo expresado en moneda doméstica. Sea $D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de dicho instrumento, entonces para $0 \le t \le T$ se cumple

$$D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_{m_l}(T)Y_{k;x}(T)}{B_{l_d}(T)}\exp\left\{-\int_t^T\left(\kappa_{d,l}^T\eta_l(t)+\vartheta_{d,l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right]$$

donde $Y_{k;x}$ se define como en la ecuación (21).

De manera análoga al apartado anterior tenemos el siguiente resultado.

Proposición 3.6. Sea $D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(\cdot,T)$ el proceso del precio de un instrumento en el mercado l que al tiempo T paga el rendimiento anualizado del periodo x de un bono del mercado k expresado en moneda doméstica, dado que al tiempo t tiene calificación d. Entonces, para $0 \le t \le T$, se cumple que

$$D_{l,d}^{Z_{m_l},Y_{k;x}}(t,T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_{m_l}(T)Y_{k;x}(T)}{B_{l_d}(T)}\exp\left\{-\int_t^T\left(\kappa_{d,l}^T\eta_l(u)+\vartheta_{d,l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right]$$

$$= \frac{-1}{x}\left(\sum_{h=1}^{Nf_k}V_{k;h}(x)P_l^{Z_{m_l}}(t,T)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_{l,T}}\left[\eta_k(T)\exp\left\{-\int_t^T\left(\kappa_{d,l}^T\eta_l(u)+\vartheta_{d,l}\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\right] + U_k(x)D_{l,d}^{Z_{m_l}}(t,T)\right)$$

$$= \frac{D_{l,d}^{Z_{m_l}}(t,T)}{x}\left(-\sum_{h=1}^{Nf_k}v(x,\alpha_{k;h})\left\{\sum_{h=1}^{Nf_l}\frac{\sigma_{k;h}\sigma_{l;i}\kappa_{d,l;i}}{\alpha_{l;i}}\rho_{k_h,l_i}\left[v(T-t,\alpha_{k;h})-v(T-t,\alpha_{k;h}+\alpha_{l;i})\right]\right.\right.$$

$$\left.\left. + e^{-\alpha_{k;h}(T-t)}\eta_{k;h}(t) - \alpha_{k;h}\gamma_{k_h,l,m_l}^0 v(T-t,\alpha_{k;h}) - \sum_{h=1}^{Nf_l}\gamma_{k_h,l_i}^1\alpha_{k;h}v(T-t,\alpha_{l;i}+\alpha_{k;h})\right\}\right.$$

$$\left. - U_k(x)\right)$$

donde:

- $D_{l,d}^{Z_{m_l}}(t,T)$ está dado por la ecuación (23)
- U_k y V_k están definidas por la ecuación (19), y
- γ_{k_h,l,m_l}^0 y γ_{k_h,l_i}^1 están definidas por la ecuación (22)

Se tiene la siguiente observación.

Observación 3.5. De nuevo, la proposición anterior se basa en considerar como nuevo numeraire al instrumento $Z_{m_l}(\cdot)\,P_l(\cdot\,,T)$.

III.4. Dependencia entre los instrumentos.

En esta subsección se analiza la dependencia que hay entre los distintos instrumentos básicos, en particular, la que existe entre las distintas curvas de tasas de interés, los tipos de cambio y los índices de renta variable.

III.4.1. Dependencia entre movimientos Brownianos.

A continuación se plantea la dependencia entre los movimientos Brownianos que modelan los distintos instrumentos base. Se tiene la siguiente hipótesis.

Hipótesis 4. La incertidumbre de los instrumentos presentados en la Subsección III.1 está explicada por un proceso N-dimensional, $H = \{H(t)\}_{t\geq 0}$ tal que

$$H(t) = \big(H_1(t), \dots, H_N(t)\big),$$

donde:

- N_A representa el total de instrumentos base a considerar, y
- $H_k, k = 1, \dots, N$ representa un movimiento browniano estándar tal que

$$d\big[H_i, H_j\big](t) = \rho_{i,j}dt, \text{ para todo } i, j = 1, \dots, N,$$

es decir, son movimientos brownianos dependientes.

El siguiente resultado permite expresar los movimientos brownianos dependientes en términos de movimientos brownianos independientes (véase [Gla04]).

Lema 3.1. Se supone que la matriz $\rho = \{\rho_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,N}$ es positiva definida.

Entonces se cumple lo siguiente:

1. La matriz ρ puede descomponerse como

$$\rho = AA^T;$$

donde $A = \{a_{i,j}\}_{i,j=1,\dots,N}$ es una matriz triangular inferior correspondiente a la factorización de Cholesky, y

2. Existen $W = (W_1, \dots, W_N)$ movimientos brownianos independientes tales que $H = AW$, es decir,

$$H_k(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{k,j}W_j(t), \ \ para\ todo\ k = 1, \dots, N\ .$$

Se tiene la siguiente observación.

Observación 3.6. El resultado anterior explica la notación utilizada a lo largo de este documento para la construcción de la dinámica de los distintos instrumentos, es decir,

$$dH_k(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{k,j}dW_j(t)\ \ .$$

- La hipótesis acerca de la matriz ρ puede relajarse a suponer que es semipositiva definida. En este caso, la factorización se puede dar, entre otras formas, considerando componentes principales de tal forma que

$$\rho = AA^T$$

donde A es una matriz de dimensión $N \times n$ formada por los vectores propios principales (componentes principales) y $n < N$ representa el número de componentes principales. En otras palabras, la variabilidad de los N instrumentos base está explicada por n fuentes de aleatoriedad (movimientos Brownianos). Véase [Gla04].

III.4.2. Dependencia entre los instrumentos base.

En este apartado se calcula la dependencia que existe entre los distintos instrumentos base a partir de la dependencia propuesta para los movimientos Brownianos. Estos cálculos sirven tanto para modelar, como para calibrar los distintos instrumentos.

Se consideran las dinámicas y los resultados presentados en las subsecciones III.1 y III.2. Se puede probar el siguiente resultado.

Proposición 3.7.

1. Dependencia entre distintos índices de renta variable. Para los índices ν_1 y ν_2, se cumple para $0 \leq s \leq t$:

$$\mathbb{C}ov\left[\log\left(\frac{S_{\upsilon_1}(t)}{S_{\upsilon_1}(s)}\right), \log\left(\frac{S_{\upsilon_2}(t)}{S_{\upsilon_2}(s)}\right)\right] = \sigma_{S_{\upsilon_1}}\sigma_{S_{\upsilon_2}}\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ib_{\nu 1},j}a_{ib_{\nu 2},j}\right)(t-s)$$

y por lo tanto

$$\mathbb{C}orr\left[\log\left(\frac{S_{\upsilon_1}(t)}{S_{\upsilon_1}(s)}\right), \log\left(\frac{S_{\upsilon_2}(t)}{S_{\upsilon_2}(s)}\right)\right] = \sum_{j=1}^{N} a_{ib_{\nu 1},j}a_{ib_{\nu 2},j} = \rho_{ib_{\nu 1},ib_{\nu 2}} \quad (25)$$

2. Dependencia entre distintos tipos de cambio. Para los tipos de cambio m_1 y m_2, se cumple para $0 \leq s \leq t$:

$$\mathbb{C}ov\left[\log\left(\frac{Z_{m_1}(t)}{Z_{m_1}(s)}\right), \log\left(\frac{Z_{m_2}(t)}{Z_{m_2}(s)}\right)\right] = \sigma_{Z_{m_1}}\sigma_{Z_{m_2}}\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ib_{m1},j}a_{ib_{m2},j}\right)(t-s)$$

y, por lo tanto,

$$\mathbb{C}orr\left[\log\left(\frac{Z_{m_1}(t)}{Z_{m_1}(s)}\right), \log\left(\frac{Z_{m_2}(t)}{Z_{m_2}(s)}\right)\right] = \sum_{j=1}^{N} a_{ib_{m1},j}a_{ib_{m2},j} = \rho_{ib_{m1},ib_{m2}} \quad (26)$$

3. Dependencia entre índices de renta variable y tipos de cambio. Para el índice ν y el tipo de cambio *m*, se cumple para $0 \leq s \leq t$:

$$\mathbb{C}ov\left[\log\left(\frac{S_{\upsilon}(t)}{S_{\upsilon}(s)}\right), \log\left(\frac{Z_{m}(t)}{Z_{m}(s)}\right)\right] = \sigma_{S_{\nu}}\sigma_{Z_m}\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ib_{\nu},j}a_{ib_{m},j}\right)(t-s)$$

y, por lo tanto,

$$\mathbb{C}orr\left[\log\left(\frac{S_{\nu}(t)}{S_{\nu}(s)}\right), \log\left(\frac{Z_{m}(t)}{Z_{m}(s)}\right)\right] = \sum_{j=1}^{N} a_{ib_{\nu},j}a_{ib_{m},j} = \rho_{ib_{\nu},ib_{m}} \quad (27)$$

4. Dependencia entre las tasas de rendimiento de bonos cupón cero. Sean $Y_{l;x}$ y $Y_{k;x}$ las tasas de rendimiento para un periodo x de las curvas l y k definidas por la ecuación (23). Para $0 \leq s \leq t$ se cumple

$$\mathbb{C}ov\left[Y_{l;x}(t) - Y_{l;x}(s), Y_{k;x}(t) - Y_{k;x}(s)\right] = -\frac{1}{x^2}\sum_{i=1}^{N_{f_k}}\sum_{h=1}^{N}\sigma_{l;i}\,\sigma_{k;i}a_{k_i,h}v^2\,(x,\alpha_{l;i})\;\times$$

$$\left[v\left(t-s,\alpha_{l;i}+\;\alpha_{k;i}\right)+\alpha_{l;i}\alpha_{k;i}v(t-s,\alpha_{l;i})v(t-s,\alpha_{k;i})v(s,\alpha_{l;i}+\;\alpha_{k;i})\right]$$

Para $t - s \ll 1$, en el caso univariado, se obtiene la siguiente aproximación

$$\lim_{t-s\downarrow 0}\mathbb{C}orr\left[Y_{l;x}(t) - Y_{l;x}(s), Y_{k;x}(t) - Y_{k;x}(s)\right] = \sum_{j=1}^{N} a_{ib_l,j}a_{ib_k,j} = \rho_{ib_l,ib_k} \tag{28}$$

5. Dependencia entre las tasas de rendimiento de bonos cupón cero e índices o tipos de cambio. Para el rendimiento de un periodo x de la curva l y el índice v, se cumple para $0 \leq s \leq t$:

$$\mathbb{C}ov\left[Y_{l;x}(t) - Y_{l;x}(s), \log\left(\frac{S_v(t)}{S_v(s)}\right)\right] = -\frac{1}{x}\sum_{i=1}^{N_{l_f}}\sigma_{l;i}\sigma_v a_{v,i}v(x,\;\alpha_{l;i})v\left(t-s,\alpha_{l;i}\right)$$

De lo anterior se obtiene que

$$\mathbb{C}orr\left[Y_{l;x}(t) - Y_{l;x}(s), \log\left(\frac{S_v(t)}{S_v(s)}\right)\right]$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N}\sigma_{l;i}a_{v,i}v(x,\;\alpha_{l;i})v\left(t-s,\alpha_{l;i}\right)}{\sqrt{(s-t)\sum_{i=1}^{N}\sigma_{l;i}^2v^2(x,\alpha_{l;i})\left[v\left(t-s,2\alpha_{l;i}\right)+\alpha_{l;i}^2v\left(s,2\alpha_{l;i}\right)v^2(t-s,\alpha_{l;i})\right]}}$$

De manera análoga, se tiene la siguiente aproximación para $t - s \ll 1$

$$\lim_{t-s\downarrow 0}\mathbb{C}orr\left[Y_{l;x}(t) - Y_{l;x}(s), \log\left(\frac{S_v(t)}{S_v(s)}\right)\right] = \sum_{j=1}^{N} a_{ib_l,j}a_{ib_v,j} = \rho_{ib_l,ib_v} \tag{29}$$

IV. Referencias

[Bjö98] T. Björk. Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford scholarship online. Oxford University Press, 1998.

[BM01] D. Brigo and F. Mercurio. Interest Rate Models - Theory and Practice. Springer Finance. Springer, 2001.

[CS03] G. Constantinides and R.M. Stulz. Handbook of the Economics of Finance: Financial Markets and Asset Pricing. Handbook of the Economics of Finance. Elsevier, 2003.

[Gla04] P. Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Applications of Mathematics Series. Springer, 2004.

[MR05] M. Musiela and M. Rutkowski. Martingale methods in financial modelling. Stochastic modelling and applied probability. Springer Berlin Heidelberg, 2005.

[Shr04] S.E. Shreve. Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models. Number v. 11 in Springer Finance. Springer, 2004.

ANEXO 6.3.7.

MODELO Y BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VARIABLE DE PÉRDIDAS DE LOS SEGUROS DE VIDA DE CORTO PLAZO ($L_{P,VCP}$), PARA EFECTOS DEL CÁLCULO DEL RCS CONFORME A LA FÓRMULA GENERAL.

Para efectos de lo establecido en los Capítulos 6.2 y 6.3 de las presentes Disposiciones, en particular, respecto a lo referido en las Disposiciones 6.3.2 y 6.3.7, las instituciones de seguros deberán calcular la variable aleatoria de pérdida de los pasivos técnicos correspondiente a los Seguros de Vida de Corto Plazo, $L_{P,VCP}$ La $L_{P,VCP}$ constituye uno de los elementos para el cálculo del Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros, R_{CTyFS}, de la Fórmula General a que se refiere el artículo 236 de la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas para el cálculo del RCS. La variable de pérdida, $L_{P,VCP}$, se calculará conforme a la metodología e información que se detalla en el presente anexo.

I. Introducción.

La variable aleatoria de pérdida para los seguros de vida de corto plazo, $L_{P,VCP}$, se calculará como

$$L_{P,VCP} = \sum_{g \epsilon CVCP} L_{VCP,g},$$

donde $CVCP$ corresponde al catálogo de grupos que se generan al combinar los elementos del siguiente cuadro de criterios.

Cuadro 1: Tabla de criterios de clasificación.

	Criterio de clasificación
	Edad
	Sexo
	Moneda o Unidad de Cuenta
	Tipo de Seguro
1	Cobertura Beneficio Básico
2	Cobertura Pérdidas Orgánicas
3	Cobertura Muerte Accidental
4	Cobertura Muerte Colectiva
5	Cobertura Incapacidad o Invalidez
6	Cobertura Otros
7	Cobertura Supervivencia

Cada grupo $g = g\,(e, s, m, c1, c2)$ está formado por aquellos siniestros que coinciden en edad, sexo, moneda y dos coberturas pagadas. La variable $L_{VCP,g}$ se calculará de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$L_{VCP,g} = G_{VCP,g}\,(0,1) - P_{VCP,g}\,(0).$$

donde:

- $P_{VCP,g}(0)$ es el valor del pasivo técnico al tiempo 0 para el grupo *g*.
- $G_{VCP,g}(0,1)$ es el valor total de las reclamaciones provenientes del grupo *g* durante el periodo $(0, 1)$. Se determinará conforme a las metodologías propuestas en la Sección III.

II. Resumen de los principales resultados para el cálculo de $L_{VCP,g}$

En esta sección se resumen los principales resultados para el cálculo de la variable aleatoria de pérdida de los pasivos técnicos, $L_{VCP,g}$, derivados de las metodologías que se describirán a detalle en la sección III del presente documento.

La siguiente igualdad se cumple para cada grupo *g*.

a) Gasto en $[0,1)$. Se calculará utilizando la siguiente expresión basada en el resultado de la Proposición 3.2 de la Subsección III.2:

$$G_{VCP,g}(0,1) = Z_m(\delta) \sum_{n=1}^{Y_g} \xi_{g,n}, \qquad (1)$$

donde:

- $Z_m(\delta)$ es una variable aleatoria que representa el tipo de cambio de la moneda *m* a pesos al tiempo δ;
- δ es la fracción del año donde se pagan los siniestros ocurridos;
- Y_g es una variable aleatoria Poisson mixta que representa el número de pagos que la institución realizará debido a reclamaciones del grupo *g*, en el periodo (0,1). Es decir, es una variable aleatoria Poisson con parámetro aleatorio, y
- $\xi_{g,n}$ es una variable aleatoria que representa el *n*-ésimo monto pagado para el grupo *g* en el periodo $[0,1)$.

b) Distribución Conjunta entre ramos. Su cálculo se detalla en el inciso II.b del Anexo 6.3.9.

II.2 Reaseguro Tomado.

Para los contratos de reaseguro tomado para los seguros de vida de corto plazo para las instituciones autorizadas a operar el seguro directo, se genera la siguiente variable

$$G_{VCP,RT}(0,1) = PND_{VCP,RT} I_{VCP},$$

donde

- $PND_{VCP,RT}$ representa la prima no devengada de los contratos de reaseguro tomado;
- I_{VCP} es una variable aleatoria uniforme discreta sobre el conjunto $\{i_{VCP,0,j}\}_{j=1}^{n_{I,VCP,0}}$, y
- el conjunto $\{i_{VCP,0,j}\}_{j=1}^{n_{I,VCP,0}}$ está formado por los índices de siniestralidad (monto total entre prima emitida) correspondientes al año cero de retraso de los triángulos de siniestralidad de los seguros de vida de corto plazo. Se agregan los índices de cada una de las instituciones que operan el ramo para obtener la información de mercado.

Esta variable se agrega a la variable $L_{P,VCP}$ junto con el valor del pasivo técnico correspondiente al reaseguro tomado al tiempo 0.

III. Modelo de valuación para los Seguros de Vida Corto Plazo. Metodología Teórica.

En esta sección se revisan los resultados teóricos utilizados para la modelación de la operación de los Seguros de Vida de Corto Plazo a los que se refiere el presente documento.

En adelante, se considera $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad filtrado que satisface las condiciones usuales, donde todos los procesos son definidos.

III.1. Número de siniestros.

Los procesos relacionados con el número de pagos que una compañía de seguros realiza para cubrir las obligaciones adquiridas mediante sus contratos de seguros de vida de corto plazo se modelan con procesos basados en el proceso Poisson mixto compuesto.

Para los seguros de vida, algunas reclamaciones se dan de manera simultánea y el pago realizado para cada una de ellas está altamente correlacionado, por ejemplo, muerte y muerte accidental, muerte y muerte colectiva, entre otras. Debido a esto, el número de reclamaciones se divide según los criterios de edad, sexo, moneda, tipo de seguro y coberturas pagadas (véase Cuadro 1 en la Sección III) y para cada una de estas divisiones se considera una variable distinta. El número de coberturas pagadas simultáneamente a considerar será a lo más de dos.

Bajo este criterio, se define lo siguiente.

Definición 3.1. El número de pagos de una cartera de seguros de vida de corto plazo se clasifica en G_{RVCP} grupos distintos. Para cada grupo de clasificación, *g*, se tiene que

$$g = g\,(e, s, m, tp, c1, c2);$$

donde:

- e toma valores en el conjunto Ct_{ed} (catálogo de edades) y corresponde a la edad quinquenal del grupo g;
- s toma valores en el conjunto Ct_{sex} (catálogo de sexos) y corresponde al sexo del grupo g;
- m toma valores en el conjunto Ct_{mon} (catálogo de monedas) y corresponde a la moneda del grupo g;
- tp toma valores en el conjunto Ct_{tp} (catálogo de tipos) y corresponde al tipo de seguro del grupo g, y
- c_1 y c_2 toman valores en el conjunto Ct_{cbr} (catálogo de coberturas) y corresponden a las coberturas pagadas en el grupo g. Los casos donde $c_1 = c_2$ representan los siniestros que solamente pagaron una cobertura.

Por simplicidad de notación, se omite la dependencia del índice con respecto al grupo de criterios establecidos en la lista anterior.

El número de pagos para cada grupo $g\,(e, s, m, c1, c2)$, se define como una Medida Aleatoria de Poisson Mixta con intensidad constante (*M.P.R.M.* por sus siglas en inglés) (véase [Mik04] o [Res07]), donde el parámetro de frecuencia depende de:

a) la edad del grupo, e;

b) el sexo del grupo, s;

c) el tipo de seguro tp, y

d) las coberturas pagadas del grupo, c_1 y c_2.

Definición 3.2.

1. Para cada g, sea N_g el proceso que contiene la información del número total de pagos generados por el grupo g. Se supone que

$$(N_g, \eta_g) \sim M.P.R.M.(\mu g)$$

donde

- $\mu_g : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \to [0, \infty)$ es una medida de Radon dada por

$$\mu_g(\cdot) = \lambda_g Leb_0(\cdot), \qquad (2)$$

- η_g es una variable aleatoria positiva,
- $\lambda_g \geq 0$ representa el parámetro de frecuencia, y
- $Leb_0(\cdot) = Leb(\cdot \cap [0, 1))$ donde $Leb(\cdot)$ representa la medida de Lebesgue.

2. Se supone también que $(N_1, \eta_1), \ldots, (N_{GR}, \eta_{GR})$ son procesos independientes.

Observación 3.1. Como consecuencia de la definición anterior, se tiene que (N_g, η_g) es un *M.P.R.M.* concentrado en el conjunto [0, 1).

III.2 Severidad de siniestros.

En esta subsección se utiliza la teoría de M.P.R.M. marcados para modelar los montos erogados en cada uno de los pagos realizados por la compañía.

Para cada grupo g, se consideran sucesiones independientes de vectores aleatorios, $R_g = \{R_{g,n}\}_{n\epsilon N}$, independientes e idénticamente distribuidos. Cada uno de estos vectores representa el pago generado por la *n*-ésima reclamación para las coberturas c_1 y c_2 del grupo g.

Se tienen los siguientes supuestos.

Definición 3.3. Para cada g, *sea* $R_g = \{R_{g,n}\}_{n\geq 1}$ una sucesión de vectores aleatorios que cumplen las siguientes propiedades*:*

- $R_1, \ldots, R_{GR}$ son independientes entre sí e independientes de los procesos $N_1, \ldots, N_{GR}$..
- Para toda $n \geq 1, R_g, n \sim F_g$, donde:
  - F_g es una función de distribución univariada con soporte contenido en $(0, \infty)$ si $c_1 = c_2$.
  - F_g es una función de distribución bivariada con soporte contenido en $(0, \infty)^2$ *si* $c_1 \neq c_2$;
- $R_{g,1}$ satisface:
  - si $c_1 = c_2$ es una variable aleatoria con segundo momento finito;
  - si $c_1 \neq c_2$ es un vector formado por variables aleatorias con segundo momento finito.

Utilizando la teoría de *M.P.R.M.* marcados (véase [Mik04] ó [Res07]) se llega a lo siguiente.

Proposición 3.1 (Número de pagos marcado). Sean (N_g, η_g) y R_g los procesos planteados en las definiciones 3.2 y 3.3, respectivamente. Sea M_g^R el proceso Ng marcado con la sucesión R_g. Se cumple entonces que

$$(M_g^R, \eta_g) \sim M.P.R.M(\mu_g \, x \, F_g)$$

donde

μ_g está dada por la ecuación (2) y F_g proviene de la Definición 3.3.

A partir de la proposición anterior, se define el siguiente proceso.

Definición 3.4 (Monto total pagado en el periodo [0,*t*]). Sea $S_g^R = \{S_g^R(t)\}_{t\geq 0}$ el proceso del monto total pagado hasta el tiempo t, generado por el proceso (M_g^R, η_g). Se define como:

- si $c_1 = c_2$

$$S_g^R(t) = \int_{[0,t)x(0,\infty)} x M_g^R(ds, dx);$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$S_g^R(t) = \int_{[0,t)x(0,\infty)^2} (x + y) M_g^R(ds, dx, dy);$$

Se tiene la siguiente observación.

Observación 3.2. Debido a que el proceso N_g está concentrado sobre el conjunto [0, 1],, se cumple que para todo $t \geq 1$

$$S_g^R(t) = S_g^R(1).$$

Esto es, todos los pagos se realizan en el periodo [0, 1],

III.2.1. Valor en moneda doméstica.

A continuación se definen los procesos de reclamación valuados en moneda doméstica (pesos). Además, se presentan los resultados utilizados para la modelación de la variable de reclamaciones en el periodo $(0,1)$, $G_{VCP}\ (0,1)$.

Hipótesis 1. En el mercado financiero se tiene que (véase Anexo 6.3.3):

- $Z_m = \{Z_m(t)\}_{t\geq 0}$ es un proceso estocástico que denota el valor del tipo de cambio entre la moneda *m* y la moneda doméstica.
- Se supone que el proceso Z_m es independiente de los procesos $N\ y\ R$ presentados en las definiciones 3.2 y 3.3.

Se define el siguiente proceso.

Definición 3.5 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo [0, *t*]). *Sea* Z_m el proceso que denota el tipo de cambio entre la moneda m y la moneda doméstica (véase Anexo 6.3.3). El monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso (M_g^R, η_g) *en el periodo* [0, *t*], con $t \geq 0$, se define como:

- si $c_1 = c_2$

$$S_g^{R,Z_m}(t) = \int_{[0,t)x(0,\infty)} xZ_m(s)M_g^R(ds,dx);$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$S_g^{R,Z_m}(t) = \int_{[0,t)x(0,\infty)^2} (x+y)Z_m(s)M_g^R(ds,dx,dy);$$

Este proceso contempla el momento exacto en el que se da la reclamación.

A pesar de que este modelo es más realista, puede ser complicado de utilizar, por lo tanto, se presenta la siguiente simplificación al modelo.

Definición 3.6 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Versión simplificada). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en el cual se considera el pago de todos los siniestros. Se denota por G_g^{R,Z_m} el modelo simplificado del monto de las reclamaciones en el periodo $[0,t]$. Queda definido por la siguiente expresión para $t \geq 0$:

- si $c_1 = c_2$

$$\begin{aligned} G_g^{R,Z_m}(t) &= Z_m(\delta)\int_{[0,t)x(0,\infty)} xM_g^R(ds,dx); \\ &= Z_m(\delta)S_g^R(t) \end{aligned}$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$\begin{aligned} G_g^{R,Z_m}(t) &= Z_m(\delta)\int_{[0,t)x(0,\infty)} (x+y)xM_g^R(ds,dx); \\ &= Z_m(\delta)S_g^R(t) \end{aligned}$$

Observación 3.3. En el caso de que los beneficios contratados se encuentren en moneda doméstica, el proceso $Z_d(t) = 1$ para todo $t \geq 0$ y por lo tanto

$$G_g^{R,Z_m}(t) = S_g^R(t).$$

La siguiente proposición, fundamenta lo planteado en el inciso 1 de la Sección II.

Proposición 3.2. Sea G_g^{R,Z_m} el proceso planteado en la Definición 3.6. Entonces

$$G_g^{R,Z_m}(1) \overset{D}{=} Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_{g,n}.$$

donde Y_g es una variable aleatoria Poisson mixta de parámetro $\lambda_g \eta_g$ y $\xi_{g,n}$, $n \in \mathbb{N}$,, son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_g, tales que:

- si $c_1 = c_2$

$$\xi_{g,n} \sim F_g;$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$\xi_{g,n} \sim \iint_{x+y \leq a} d\, F_g(x,y),$$

es decir, $\xi_{g,n}$ se distribuye como la convolución del vector $R_{g,n}$.

III.3. Reaseguro.

En el desarrollo de la metodología utilizada para modelar el reaseguro en los Seguros de Vida de Corto Plazo se contemplarán todos aquellos contratos que cubran el total de los siniestros de un grupo g.

En esta primera parte se plantea la modelación de la calidad de las reaseguradoras basada en las calificaciones crediticias.

Se tienen las siguientes Hipótesis.

Hipótesis 2 (Calificaciones de una reaseguradora.).

1. Las compañías reaseguradoras son clasificadas por una agencia calificadora, la cual les otorga una calificación dentro del conjunto $\{1,2, \ldots, D\}$, siendo 1 la mejor calificación y prosiguiendo de manera decreciente hasta llegar a la calificación que indica el incumplimiento (default), dada por D.

2. La agencia calificadora provee una matriz de probabilidades de transición, $P_R = \{P_{R,i,j}\}_{i,j=1,\ldots,D}$, donde la entrada $P_{R,i,j}$ denota la probabilidad de que una compañía que en el tiempo t tiene una calificación i, tenga una calificación j en $t + 1$.

3. Sea $Q_R = \{Q_{R,i,j}\}_{i,j=1,\ldots,D}$ la Q-matriz de intensidades generada a partir de la matriz P_R. Su construcción se realiza mediante la metodología propuesta en [JLT97].

Basado en estas hipótesis, se definen los procesos relacionados con las calificaciones de las compañías reaseguradoras. Para las propiedades de cadenas de Markov a tiempo continuo véase [Nor98] ó [Res07].

Definición 3.7. Suponiendo que se cumplen las Hipótesis 2, se considera que se tienen N_R compañías reaseguradoras numeradas, $b = 1, \ldots, N_R$ Para cada compañía se define un proceso, $\pi_b = \{\pi_b(t)\}_{t \geq 0}$, que satisface las siguientes propiedades:

1. $\pi_b(0) = d_b$, donde d_b denota la calificación actual de la reaseguradora b;

2. π_b es una cadena de Markov a tiempo continuo con espacio de estados $\{1,2, \ldots, D\}$ y matriz generadora Q_R;

3. Los procesos π_b $b = 1, \ldots, N_R$ son independientes entre sí, e independientes de los procesos N, R y Z_m definidos en las subsecciones III.2 y III.2.1, y

4. Se denota por $\Phi_R = \{\Phi_R(t)\}_{t \geq 0} = \{e^{Q_R t}\}_{t \geq 0}$ la matriz de probabilidades de transición de las cadenas de Markov π_b.

III.3.1. Reaseguro proporcional.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro proporcional y después se incorpora a los procesos planteados en la Subsección III.2.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 3. Se considera que se tienen m_{RP} contratos de reaseguro proporcional para los siniestros del grupo g. Sean $\beta_1, \dots, \beta_{m_{RP}}$ las constantes de proporcionalidad de los respectivos contratos de reaseguro que cumplen:

- $0 \leq \beta_h \leq 1$, para $h = 1, \dots, m_{RP}$;
- $0 \leq \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \leq 1$, y

el contrato h está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la institución y sea X_{RP} el monto restante después de considerar el reaseguro. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = (1-\beta)X + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h X \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(T_{RP})=D}\}} \tag{3}$$

donde $\beta = \sum_{i=1}^{m_{RP}} \beta_i$ y T_{RP} y es un tiempo de valuación que se especificará más adelante.

Observación 3.4. La teoría requerida para el caso de reaseguro es la misma que la presentada en la Subsección III.2, con la única modificación sobre la distribución de las reclamaciones X, propuesta en (3).

Análogo a las definiciones 3.5 y 3.6 se tiene

Definición 3.8 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$ Reaseguro Proporcional). Sea Z_m el proceso que denota el tipo de cambio de la moneda *m* a pesos (véase Anexo 6.3.3). Se define el monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso M_g^Y en el periodo $[0,t]$, como

- si $c_1 = c_2$

$$S_{g,RP}^{R,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} (1-\beta) x Z_m(s) M_g^R(ds,dx) + \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(s)=D}\}} x Z_m(s) M_g^R(ds,dx)$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$S_{g,RP}^{R,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)^2} (1-\beta)(x+y) Z_m(s) M_g^R(ds,dx,dy) + \int_{[0,t]\times(0,\infty)^2} \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(s)=D}\}} (x+y) Z_m(s) M_g^R(ds,dx,dy)$$

para $t \geq 0$

Definición 3.9 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Versión simplificada. Reaseguro Proporcional). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en la cual se considera el pago de todos los siniestros. Sea $G_{g,RP}^{R,Zm}$ el modelo simplificado del monto de las reclamaciones definido por la siguiente expresión

- si $c_1 = c_2$

$$G_{g,RP}^{R,Zm}(t) = \int_{\cap[0,t]\times(0,\infty)} xM_g^R(ds,dx) \times \left((1-\beta)Z_m(\delta) + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(\delta)=D}\right\}} Z_m(\delta) \right)$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$G_{g,RP}^{R,Zm}(t) = \int_{(\cap[0,t])\times(0,\infty)} (x+y)M_g^R(ds,dx,dy) \times \left((1-\beta)Z_m(\delta) + \sum_{z}\sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(\delta)=D}\right\}} Z_m(\delta) \right)$$

para $t \geq 0$.

Siguiendo la misma idea de la Proposición 3.2 se obtiene el siguiente resultado.

Proposición 3.3. Sea $G_{g,RP}^{R,Zm}$ el proceso planteado en la Definición 3.9. Entonces

$$G_{g,RP}^{R,Zm}(1) \overset{D}{=} (1-\beta)Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_n + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(\delta)=D}\right\}} Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_n$$

$$\approx \left[(1-\beta) + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(1)=D}\right\}} \right] Z_m(1)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_n$$

donde Y_g es una variable aleatoria Poisson mixta de parámetro $\lambda_g\eta_g$ y $\xi_{g,n}$, $n \in \mathbb{N}$ son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_g, tales que:

- si $c_1 = c_2$

$$\xi_{g,n} \sim F_g;$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$\xi_{g,n} \sim \iint_{x+y\leq a} d\,F_g(x,y),$$

es decir, $\xi_{g,n}$ se distribuye como la convolución del vector $R_{g,n}$.

III.3.2. Reaseguro de exceso de pérdida riesgo por riesgo.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro por exceso de pérdida por evento y después se incorpora a los procesos planteados en la subsección III.2.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 4. Se considera que se tienen m_{WC} contratos de reaseguro por exceso de pérdida para los siniestros del grupo g. Sean $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_{m_{WC}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \gamma_0 \leq \gamma_1 < \cdots < \gamma_{m_{WC}}$;
- el contrato *h*, para $h = 1, \ldots, m_{WC}$, cubre la capa $[\gamma_{h-1}, \gamma_h)$, y
- el contrato *h* está hecho con la compañía b_h

Sea X el monto total de un pago realizado por la institución y sea X_{WC} el monto restante después de considerar el reaseguro por exceso de pérdida. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = min\{X, \gamma_0\} + \sum_{h=1}^{m_{WC}} max\{min\{X - \gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\} \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\}} + max\{X - \gamma_{m_{WC}}, 0\} \quad (4)$$

donde T_{WC} es un tiempo de valuación que se especificará más adelante.

Para simplificar la notación, se tiene la siguiente definición:

Definición 3.10.

1. Para $h = 0, \ldots, m_{WC} + 1$, se definen las siguientes funciones

$$f_{WC,h}(x) = max\{min\{x - \gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\},$$

donde γ_h, para $h = 1, \ldots, m_{WC}$ son las constantes definidas en las Hipótesis 4, $\gamma_{-1} = 0$ y $\gamma_{m_{WC}+1} = \infty$

2. Definimos los procesos π_{b_0} y $\pi_{b_{m_{WC}+1}}$ como idénticamente *D*.

La definición anterior permite replantear la ecuación (4) de la siguiente manera

$$X_{RP} = \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(X) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\}}$$

De manera similar a las definiciones 3.5 y 3.6 se tiene en este caso.

Definición 3.11 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0, t]$. Reaseguro por exceso de pérdida). Sea Z_m el proceso que denota el tipo de cambio de la moneda m a la moneda doméstica (pesos) (véase Anexo 6.3.3). Se define el monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso M_g^R en el periodo $[0, t]$, como

- si $c_1 = c_2$

$$S_{g,WC}^{R,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(xZm(s)) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(s)=D}\}} \right) M_G^R(ds, dx),$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$S_{g,WC}^{R,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)^2} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}\big((x+y)Zm(s)\big) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(s)=D}\}} \right) M_G^R(ds, dx, dy),$$

para $t \geq 0$

Definición 3.12 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo [0,t]. Versión simplificada. Reaseguro por exceso de pérdida). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en la cual se considera el pago de todos los siniestros. Sea $G_{I,WC}^{Y,Zm}$ el modelo simplificado del monto de las reclamaciones definido por la siguiente expresión

- si $c_1 = c_2$

$$G_{I,WC}^{Y,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(xZm(\delta)) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}} \right) M_g^R(ds, dx)$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$G_{I,WC}^{Y,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}\big((x+y)Zm(\delta)\big)\, \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}} \right) M_g^R(ds,dx,dy)$$

$$\text{para } t \geq 0$$

Siguiendo la misma idea de la Proposición 3.2 se tiene el siguiente resultado.

Proposición 3.4. Sea $G_{g,WC}^{R,Zm}$ el proceso planteado en la Definición 3.12. Entonces

$$G_{g,WC}^{R,Zm}(1) \overset{D}{=} \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} \left(\sum_{n=1}^{Y_g} f_{WC,h}(Zm(\delta)\xi_n) \right) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}}$$

$$\approx \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} \left(\sum_{n=1}^{Y_g} f_{WC,h}(Zm(1)\xi_n) \right) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}}$$

donde Y_g es una variable aleatoria Poisson mixta de parámetro $\lambda_g \eta_g$ y $\xi_{g,n}$, $n \in \mathbb{N}$, son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_g, tales que:

- si $c_1 = c_2$

$$\xi_{g,n} \sim F_g$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$\xi_{g,n} \sim \iint_{x+y\leq a} d\,F_g(x,y),$$

es decir, $\xi_{g,n}$ se distribuye como la convolución del vector $R_{g,n}$.

III.3.3. Reaseguro de exceso de pérdida por cartera.

En este apartado se trabajan los contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera. Se considera solamente su efecto en el valor de la variable $G_{P,VCP}(0,1) = \sum_{g\in CVCP} G_{VCP,g}$.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 5. Se considera que se tienen m_{XL} contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera. Sean $\epsilon_0, \epsilon_1, \ldots, \epsilon_{m_{XL}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \epsilon_0 \leq \epsilon_1 < \cdots < \epsilon_{m_{XL}}$;
- el contrato h, para $h = 1, \ldots, m_{XL}$, cubre la capa $[\epsilon_{h-1}, \epsilon_h)$ y
- el contrato h está hecho con la compañía b_h.

De manera análoga al apartado anterior, se define lo siguiente

Definición 3.13.

1. Para $h = 0, \dots, m_{XL} + 1$, se definen las siguientes funciones

$$f_{XL,h}(x) = max\{min\{x - \epsilon_{h-1}, \epsilon_h - \epsilon_{h-1}\}, 0\}$$

donde ϵ_h, para $h = 1, \dots, m_{XL}$ son las constantes definidas en las Hipótesis 5, $\epsilon_{-1} = 0$ y $\epsilon_{m_{XL}+1} = \infty$.

2. Definimos los procesos π_{b_0} y $\pi_{b_{m_{XL}+1}}$ como idénticamente D.

Se tiene el siguiente resultado basado en la Proposición 3.2.

Proposición 3.5. Para el proceso $G_g^{R,Zm}$ planteado en la Definición 3.6, bajo el contrato dado por las Hipótesis 5, se cumple lo siguiente

$$\begin{aligned} G_{g,XL}^{R,Zm}(1) &\overset{D}{=} \sum_{h=0}^{m_{XL}+1} f_{XL,h}\left(Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_n\right)\mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}} \\ &\approx \sum_{h=0}^{m_{XL}+1} f_{XL,h}\left(Z_m(1)\sum_{n=1}^{Y_g}\xi_n\right)\mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(1)=D}\}} \end{aligned}$$

donde Y_g es una variable aleatoria Poisson mixta de parámetro $\lambda_g\eta_g$ y $\xi_{g,n}$, $n \in \mathbb{N}$, son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_g, tales que:

- si $c_1 = c_2$

$$\xi_{g,n} \sim F_g;$$

- si $c_1 \neq c_2$

$$\xi_{g,n} \sim \iint_{x+y\leq a} d\,F_g(x,y),$$

es decir, $\xi_{g,n}$ se distribuye como la convolución del vector $R_{g,n}$.

IV. Referencias

[JLT97] Robert A. Jarrow, David Lando, and Stuart M. Turnbull. A markov model for the term structure of credit risk spreads. Review of Financial Studies, 10:481-523, 1997.

[Mik04] T. Mikosch. Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction With Stochastic Processes. Number Bd. 13 in Universitext (1979). Springer-Verlag, 2004.

[Nel99] R.B. Nelsen. An Introduction to Copulas. Lecture Notes in Statistics Series. Springer London, Limited, 1999.

[Nor98] J.R. Norris. Markov Chains. Number n.o 2008 in Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University Press, 1998.

[Res07] S.I. Resnick. Extreme Values, Regular Variation, and Point Processes. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer, 2007.

ANEXO 6.3.8.

MODELO Y BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VARIABLE DE PÉRDIDAS DE LOS SEGUROS DE VIDA DE LARGO PLAZO $(L_{P,VLP})$, PARA EFECTOS DEL CÁLCULO DEL RCS CONFORME A LA FÓRMULA GENERAL.

Para efectos de lo establecido en los Capítulos 6.2 y 6.3, de las presentes Disposiciones, en particular, respecto a lo referido en las Disposiciones 6.3.2 y 6.3.8, las instituciones de seguros deberán calcular la variable aleatoria de pérdida de los pasivos técnicos correspondientes los Seguros de Vida de Largo Plazo, $L_{P,VLP}$. La variable aleatoria mencionada constituye uno de los elementos para el cálculo del Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos Financieros de Seguros, RC_{TyFs}, de la Fórmula General que se refiere el artículo 236 de la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas para el cálculo del RCS. La variable de pérdida $L_{P,VLP}$ se calculará conforme la metodología e información que se detalla en el presente anexo.

I. Introducción.

En este documento se describirá la metodología requerida para calcular la distribución de la variable aleatoria de pérdida $L_{P,VLP}$, relacionada con los Seguros de Vida de Largo Plazo, que se requiere para el cálculo del **RCS**. Se considerarán como seguros de largo plazo, todos aquéllos cuya vigencia de contratación sea mayor a un año. La variable aleatoria de pérdida $L_{P,VLP}$ contemplará los riesgos técnicos y financieros para los siguientes tipos de planes:

a) Temporal;

b) Vitalicio;

c) Dotal;

d) Renta o Pensión Privada, y

e) Flexible o de Inversión.

Siguiendo lo establecido en la Disposición 6.3.8, la variable aleatoria de pérdida $L_{P,VLP}$se calculará como

$$L_{P,VLP} = \sum_{k=1}^{\eta_A} L_{VLP,k} \tag{1}$$

donde n_A es el número total de asegurados y/o certificados de la cartera y $L_{VLP,k}$ corresponde a la pérdida ocasionada por el asegurado y/o certificado k en el periodo $(0,1)$ que se calculará como

$$L_{VLP,k} = P_{VLP,k}(1) + G_{VLP,k}(0,1) - P_{VLP,k}(0). \tag{2}$$

Las variables de la fórmula anterior se definen como:

- $P_{VLP,k}(0)$ es el valor del pasivo técnico al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$, para la póliza y/o certificado k sin considerar el margen de riesgo.
- $G_{VLP,k}(0,1)$ es el valor presente total de las reclamaciones de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$. El cálculo de éste se realizará siguiendo la metodología propuesta en la Sección III.
- $P_{VLP,k}(1)$ es el valor al tiempo de proyección, $t = 1,$ del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, traído a valor presente, sin considerar el margen de riesgo. Se determinará conforme a las metodologías propuestas en la Sección III.

II. Resultados Principales.

Se tienen los siguientes resultados basados en las metodologías desarrolladas en la Sección III.

a) El valor al tiempo t del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, sin considerar el margen de riesgo, cuyo asegurado tiene la edad $x \in X$, el tipo de plan es $o \in \mathrm{O}$, la antigüedad es $a \in \mathrm{A}$ y la moneda $m \in \mathrm{M}$, se denota por $V_i(t;T,x,o,a,m)$. Por simplicidad de notación no contempla el índice k.

$V_i(t;T)$ se puede expresar como

$$V_i(t;T) = V1_i(t;T) + V2_i(t;T) - V3_i(t;T),$$

donde:

$$V1_i(t;T) = B_{ld}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i \mathrm{I}_{\{\tau_i(1)>T\}}}{B_{ld}(T)}\middle|\mathcal{F}_t\right],$$

$$V2_i(t;T) = B_{ld}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K}\frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\leq T\}}SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{ld}(\tau_{ij})}\middle|\mathcal{F}_t\right],$$

$$V3_i(t;T) = B_{ld}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1-H^{i(1)}(s)}{B_{ld}(s)}dP_i(s)\middle|\mathcal{F}_t\right].$$

Seguros Tradicionales. Para $i \in \mathcal{K}$. Si la póliza a valuar es de un Seguro Tradicional, i.e. si

- SAS_i es determinista (constante);
- $SA_{ij}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, son funciones deterministas (constantes);
- $P_i, i \in \mathcal{K}$ son funciones deterministas (constantes), de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k)\mathrm{I}_{\{k\leq t\}},$$

donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas, y para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es una función determinista (constante en el periodo $[k, k+1)$, la cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, con $k \in \{0, \ldots, S-1\}$.

Entonces, para cualquier $0 \leq t \leq T, V_i(t;T,x,o,a,m)$ satisface

$$\begin{aligned} &V_i(t;T,x,o,a,m) \\ &\quad = SAS_i P_{ld}(t,T)_{T-t}P_{x+t}^{i(1)}(t,T) \\ &\quad + \sum_{j=1,j\neq i}^{K}\int_t^T SA_{ij}(s)\, P_{ld}(t,s)\, \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\mu_{ij}(s)\exp\left\{-\int_t^s \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle|\mathcal{I}_t\right]ds \\ &\quad - \sum_{k=\lfloor t-1\rfloor+1}^{S-1} Pr_i(k)P(t,k)_{k-t}P_{x+t}^{i(1)}(t,k). \end{aligned} \tag{3}$$

Para el desarrollo detallado para otro tipo de seguros No Tradicionales véase la Sección III.

Valor del Pasivo Técnico $P_{VLP,k}$ y Valor Presente Total de las Reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$. Para los tipos de planes: Temporal, Dotal, Vitalicio o Renta o Pensión Privada $o = 1,2,3,4$, la variable aleatoria $P_{VLP,k}(1)$ está dada por

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{V_i(1;T,x,o,a,m)}{B_{ld}(1)}, \tag{4}$$

donde B_{ld} es el proceso de la cuenta de banco en moneda doméstica y si la póliza o certificado está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ al momento $t = 1$.

La variable aleatoria $G_{VLP,k}(0,1)$, dado que el decremento inicial al tiempo $t = 0$ es $i \in \mathcal{K}$ está dada por

$$G_{VLP,k}(0,1) = SAS_i \mathrm{I}_{\{0<T<\tau_{i(1)}<1\}} + \sum_{j\in\mathcal{K}, j\neq i} \mathrm{I}_{\{0<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\leq 1\}} SA_{ij}(\tau_{ij}) - Pr_i(k) \quad (5)$$

Para los planes Flexible o de Inversión, si el decremento al tiempo de proyección $t = 1$ es $i \in \mathcal{K}$ y si:

1. $SAS_i = S_i$, entonces $P_{VLP,k}(1)$ satisface

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{S_i(1)}{B_{dl}(1)}; \quad (6)$$

2. $SAS_i = S_i \vee G_i$, entonces $P_{VLP,k}(1)$ satisface

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{S_i(1) \vee G_i(1)}{B_{l_d}(1)}; \quad (7)$$

Donde B_{ld} es el proceso de la cuenta de banco en moneda doméstica y donde $S_i = \{S_i(t)\}_{t\geq 0}$ es un proceso estocástico $\mathbb{G}$-adaptado y $\mathbb{Q}_F$-integrable, el cual representa el valor de un Fondo de Inversión y $G_i: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, t \mapsto G_i(t)$, es una función determinista del tiempo, que representa el valor del mismo Fondo de Inversión pero el cual crece a una tasa garantizada determinista.

b) Distribución Conjunta entre ramos. Su cálculo se detalla en el inciso II.b del Anexo 6.3.9.

III. Modelo de valuación para los Seguros de Vida. Metodología Teórica.

En esta sección se revisarán los resultados teóricos utilizados para la modelación de los Seguros de Vida de Largo Plazo a los que se refiere el presente documento (véase [Dah04], [DM06], [Sch06], [CBDPIL06], [MS07] o [BBRZ08], entre otros).

III.1. Teoría de Decrementos Múltiples

El objetivo será estudiar múltiples causas posibles de contingencia, las cuales influyen en la valuación de un contrato de Seguro de Vida. Entre las diferentes contingencias, contra las que se quiere cubrir un individuo al contratar una póliza de Seguros de Vida están, entre otras, las siguientes:

a) muerte;

b) incapacidad;

c) invalidez;

d) muerte accidental y/o colectiva, y

e) la terminación anticipada del plan.

La teoría que sirve para modelar múltiples contingencias a las que se enfrenta un asegurado de un Seguro de Vida se conoce como Teoría de Decrementos Múltiples. En este sentido, la Teoría de Decrementos Múltiples permite modelar adecuadamente los riesgos mencionados en el inciso a) de la fracción IX de la Disposición 6.3.8 de las presentes Disposiciones, i.e. los riesgos de:

a) mortalidad;

b) caducidad;

c) invalidez;

d) supervivencia;

e) pérdidas orgánicas;

f) muerte accidental;

g) muerte colectiva, y

h) otros riesgos.

Supuesto 3.1.

- Se supone que existe un espacio de probabilidad equipado con una filtración $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$, el cual satisface las condiciones usuales, en el que se definirán todos los elementos aleatorios, ya sean variables aleatorias o procesos estocásticos.
- Se supone que existe un subconjunto finito de los números naturales, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$, el cual representa el espacio de estados o también llamado espacio de decrementos.
- Los diferentes decrementos son los estados en que se puede clasificar a la póliza o al asegurado que contrata un Seguro de Vida. Las transiciones entre estados o decrementos están explicadas por las diferentes contingencias ya mencionadas.
- Se supone que existe un subconjunto finito de los números naturales incluyendo el cero, $\mathrm{X} \subset \mathbb{N}_0$, el cual contiene las edades que puede tomar un individuo que contrata una póliza de Seguro de Vida.
- Se supone que existe un subconjunto finito de los números naturales, $\mathrm{O} \subset \mathbb{N}$, el cual representa los diferentes planes o modalidades de contratos de Seguros de Vida, e.g. temporal $= 1 \in \mathrm{O}$, etc.
- Se supone que existe un subconjunto finito de los números naturales incluyendo el cero, $\mathrm{A} \subset \mathbb{N}_0$, el cual contiene los diferentes años enteros de antigüedad que puede tomar una póliza de Seguro de Vida.
- Se supone que existe un subconjunto finito de los números naturales, $\mathrm{M} \subset \mathbb{N}$, el cual contiene las diferentes monedas en las que puede estar expresada una póliza de Seguro de Vida.
- Sin perder generalidad, se fija una edad $x \in \mathrm{X}$, un plan $\mathrm{o} \in \mathrm{O}$, una antigüedad $a \in \mathrm{A}$ y una moneda $\mathrm{m} \in \mathrm{M}$.
- Se supone que las transiciones entre decrementos para una misma edad x, plan o, antigüedad a y moneda m están explicadas por una misma ley de probabilidad o distribución.
- Además, esta distribución común estará determinada completamente por funciones de intensidad que dependen del tiempo, las cuales denotaremos por $\mu_{ij}(t; x, o, a, m)$, $i, j \in \mathcal{K}$, $t \in \mathbb{R}_+$, $x \in \mathrm{X}$, $\mathrm{o} \in \mathrm{O}$, $a \in \mathrm{A}$ y $\mathrm{m} \in \mathrm{M}$.

A continuación se muestra una tabla con los diferentes decrementos que se van considerar para este anexo.

Cuadro 1: Decrementos Múltiples

Nombre del Decremento	Valor del Decremento: $i \in \mathcal{K}$
Vida	1
Muerte	2
Muerte Accidental	3
Muerte Colectiva	4
Pérdidas Orgánicas	5
Invalidez o Incapacidad	6
Otros	7
Cancelación del Plan por Falta de Pago	8

Observación 3.1.

- Nótese que salvo los decrementos de Vida, Pérdidas Orgánicas e Incapacidad o Invalidez, $i = 1, 5, 6,$ todos los demás decrementos son absorbentes, i.e. una vez que se entra en ellos ya no se sale.
- Los decrementos de Vida, Pérdidas Orgánicas e Incapacidad o Invalidez, $i = 1, 5, 6,$ son transitorios.

III.2. Procesos de Intensidad

A continuación se definen los procesos de intensidad los cuales van a servir para modelar o explicar las transiciones entre decrementos (véase [BR02], [BJR09], [DS12], [JLT97] [Lan09]).

Definición 3.1.

1. Sea $\mu_{ij}(\cdot;x,o,a,m)=\{\mu_{ij}(t;x,o,a,m)\}_{t\geq 0}$ un proceso estocástico $\mathbb{P}$-integrable y $\mathbb{F}$-adaptado, el cual se llamará proceso de intensidad de transición del decremento i al decremento j en la primera transición o salto para la edad x, plan o, antigüedad a, moneda m, donde $i,j,\epsilon\,\mathcal{K}$ e $i\neq j$, $x\,\epsilon$ X, o ϵ O , $a\,\epsilon$ A y m ϵ M.

Cuadro 2: Posibles Transiciones entre Decrementos

Decremento	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
2	No	Sí	No	No	No	No	No	No
3	No	No	Sí	No	No	No	No	No
4	No	No	No	Sí	No	No	No	No
5	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
6	No	No	No	No	No	Sí	No	No
7	No	No	No	No	No	No	Sí	No
8	No	No	No	No	No	No	No	Sí

2. Sea $\mathbb{I}^{ij}=\{\mathcal{I}_t^{ij}\}_{t\geq 0}$ la filtración natural $\mathbb{P}$-aumentada generada por el proceso μ_{ij}, para $i,j\,\epsilon\,\mathcal{K}$ e $i\neq j$. La filtración será la misma para toda edad $x\,\epsilon$ X, todo plan o ϵ O, toda antigüedad $a\,\epsilon$ A y toda moneda m ϵ M.

3. Sea $\mathbb{I}=\{\mathcal{I}_t\}_{t\geq 0}$ una filtración definida por.

$$\mathcal{I}_t := \bigvee_{j\epsilon\,\mathcal{K},j\neq i}\ \bigvee_{i\epsilon\,\mathcal{K},i\neq j} \mathcal{I}_t^{ij}$$

Observación 3.2. Se puede observar que para un $\omega\,\epsilon\,\Omega$ fijo se tiene:

- $t\mapsto\mu_{ij}(t;x,o,a,m)$, $(x,o,a,m,fijos)$, es un proceso estocástico $\mathbb{P}$-integrable y $\mathbb{F}$-adaptado, el cual representa la evolución, a través del tiempo, de la intensidad de transición del decremento i al decremento j en la primera transición o salto para los individuos de la población de Seguros de Vida de Largo Plazo que al tiempo t tenían edad x, y tenían contratado un plan o con antigüedad a y moneda m.
- Derivado del inciso 2 de la Definición 3.1 se sigue que las variables x, o, a y m funcionan como parámetros de los procesos μ_{ij}.

III.3. Tiempos de Espera

Definición 3.2. Para $x\,\epsilon$ X, o ϵ O , $a\,\epsilon$ A y $m\,\epsilon$ M. Se definen los siguientes elementos para un asegurado $k\,\epsilon\,\{1,\ldots,n_A\}$:

1. Sea $\{\mu_{ij}\}_{i,j\,\epsilon\,\mathcal{K},i\neq j}$ una familia de los procesos de intensidad de transición conforme a la Definición 3.1. Sea $\{U_{ij}\}_{i,j\,\epsilon\,\mathcal{K},i\neq j}$ una familia de variables aleatorias independientes que se distribuyen de manera Uniforme en el intervalo $[0,1]$ e independientes de la filtración $\mathbb{I}$, i.e. $U_{ij}:\Omega\to[0,1]$ es una variable aleatoria independiente con $U_{ij}\sim U(0,1)$, donde $i,j\,\epsilon\,\mathcal{K}$ e $i\neq j$. Para $i,j\,\epsilon\,\mathcal{K}$ e $i\neq j$, se definen las variables aleatorias $\tau_{ij}:\Omega\to\mathbb{R}_+$ denominadas tiempo de espera de pasar del decremento i al decremento j en la primera transición o salto como

$$\begin{aligned}\tau_{ij}(\omega)&=\text{ínf}\left\{t\,\epsilon\,\mathbb{R}_+:\exp\left\{-\int_0^t\mu_{ij}(\omega,u)du\right\}\leq U_{ij}(\omega)\right\}\\&=\text{ínf}\left\{t\,\epsilon\,\mathbb{R}_+:\int_0^t\mu_{ij}(\omega,u)du\geq E_{ij}(\omega)\right\}\end{aligned}\qquad(8)$$

Donde $E_{ij}: \Omega \to \mathbb{R}_+$, con $E_{ij} = -\ln\{U_{ij}\}$, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, es una familia de variables aleatorias independientes que se distribuyen de manera Exponencial con media 1 e independientes también de $\mathbb{I}$.

2. Se define a $H^{ij}(\cdot; x, o, a, m) = \{H^{ij}(t; x, o, a, m\}_{t\geq 0}$, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, como la familia de procesos estocásticos $\mathbb{F}$-adaptados dada por

$$H^{ij}(t; x, o, a, m) := \mathrm{I}_{\{\tau_{ij}(x,o,a,m)\leq t\}} \tag{9}$$

3. La filtración $\mathbb{H}^{ij}(x, o, a, m) = \{\mathcal{H}_t^{ij}(x, o, a, m\}_{t\geq 0}$, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, se define como la filtración natural $\mathbb{P}$-aumentada generada por el proceso $H^{ij}(\cdot; x, o, a, m)$.

4. Sea $\mathbb{H} = \{\mathcal{H}_t\}_{t\geq 0}$ la filtración definida por

$$\mathcal{H}_t := \bigvee_{j\in\mathcal{K}, j\neq i} \bigvee_{i\in\mathcal{K}, i\neq j} \mathcal{H}_t^{ij}(x, o, a, m)$$

Observación 3.3.

1. De aquí en adelante, sin perder generalidad y cuando no cause confusión, con el fin de simplificar notación se suprimirán los parámetros x, o, a y m de cualquier función, proceso o elemento. Por ejemplo, de esta manera, para $x \in \mathrm{X}$, $o \in \mathrm{O}$, $a \in \mathrm{A}$ y $m \in \mathrm{M}$ se tiene:

- $\mu_{ij}(t) \equiv \mu_{ij}(t; x, o, a, m)$;
- $\{\tau_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j} \equiv \{\tau_{ij}(x, o, a, m\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j}, i.e. \tau_{ij} \equiv \tau_{ij}(x, o, a, m)$;
- $H^{ij}(t) \equiv H^{ij}(t; x, o, a, m), i.e. H^{ij}(t) := \mathrm{I}_{\{\tau_{ij}\leq t\}}$, y
- $\mathbb{H}^{ij} \equiv \mathbb{H}^{ij}(x, o, a, m), i.e. \mathcal{H}_t^{ij} \equiv \mathcal{H}_t^{ij}(x, o, a, m)$.

2. El tiempo de espera τ_{ij} significaría el momento de pasar del decremento i al j en la primera transición o salto.

Supuesto 3.2.

- Se supone que $\mathbb{P}[\tau_{ij} = \tau_{ik}] = 0$ y que $\mathbb{P}[\tau_{ij} > t] > 0$ para todo $t \in \mathbb{R}_+, i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$.
- Se supone, además, que no ocurren dos tiempos de espera al mismo tiempo casi seguramente, i.e. $\mathbb{P}[\tau_{ij} = \tau_{ik}] = 0$ para $i,j,k = 1, \ldots, K$ con $i \neq j$, $i \neq k$ y $j \neq k$.

III.4. Distribuciones relacionadas con los Tiempos de Espera.

En esta subsección se presentarán distribuciones y resultados relacionados con los tiempos de espera definidos anteriormente. Para esta subsección y la anterior véase [BR02], [BJR09] [Lan09]).

III.4.1. Relación entre los Tiempos de Espera τ y las Intensidades μ.

Heurísticamente, la idea principal detrás de la modelación de los saltos o transiciones de un decremento i a otro decremento j es que una vez observada la intensidad de transición μ_{ij}, la probabilidad de permanecer en el decremento i antes de saltar al decremento j satisface

$$\mathbb{P}[\tau_{ij} > t|\mu_{ij}(\cdot)](\omega) = \exp\left\{-\int_0^t \mu_{ij}(\omega, u)du\right\}.$$

Observación 3.4. Es posible demostrar que a través de la construcción canónica de los tiempos de espera dada por la Definición 3.2, la idea heurística planteada en el párrafo anterior se satisface. Además, esto también permitirá formalizar esta idea y encontrar relaciones distribucionales relacionadas con los tiempos de espera. De la ecuación (8) se obtiene, para $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$,

$$\{\tau_{ij} > t\} = \left\{\inf\left\{s \in \mathbb{R}_+ : \int_0^s \mu_{ij}(u)du \geq E_{ij}\right\} > t\right\}$$
$$= \bigcap_{s \in [0,t]} \left\{\int_0^s \mu_{ij}(u)du < E_{ij}\right\}$$
$$= \left\{\int_0^t \mu_{ij}(u)du < E_{ij}\right\}.$$

III.4.2. Distribuciones marginales y conjuntas de τ_{ij}.

Lema 3.1. Sea $\{\mu_{ij}\}_{i,j \in \mathcal{K}, i \neq j}$ una familia de procesos de intensidad de transición conforme a la Definición 3.1 y sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j \in \mathcal{K}, i \neq j}$ una familia de tiempos de espera conforme a la Definición 3.2.

1. Para todo $0 \leq t \leq T$, se cumple

$$\mathbb{P}[\tau_{ij} > t | \mathcal{I}_T] = \mathbb{P}[\tau_{ij} > t | \mathcal{I}_t] = \exp\left\{-\int_0^t \mu_{ij}(u)du\right\}, \tag{10}$$

$$\mathbb{P}[\tau_{ij} > t] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\exp\left\{-\int_0^t \mu_{ij}(u)du\right\}\right]. \tag{11}$$

2. Además, para todo $0 \leq t \leq T$, se define la función de distribución de $\tau_{ij}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, condicional a la información $\mathcal{I}_T$ como $F_{\tau_{ij}}(t|\mathcal{I}_T) := \mathbb{P}[\tau_{ij} \leq t | \mathcal{I}_T]$. Entonces

$$F_{\tau_{ij}}(t|\mathcal{I}_T) = 1 - \exp\left\{-\int_0^t \mu_{ij}(u)du\right\}. \tag{12}$$

3. Para todo $0 \leq t \leq T$, la función de densidad de $\tau_{ij}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, condicional a $\mathcal{I}_T$ se define de manera natural como $f_{\tau_{ij}}(t|\mathcal{I}_T) := \frac{\partial F_{\tau_{ij}}(t|\mathcal{I}_T)}{\partial t}$. Entonces

$$f_{\tau_{ij}}(t|\mathcal{I}_T) = \mu_{ij}(t)\exp\left\{-\int_0^t \mu_{ij}(u)\,du\right\}. \tag{13}$$

Lema 3.2. Sea $\{\mu_{ij}\}_{i,j \in \mathcal{K}, i \neq j}$ una familia de procesos de intensidad de transición conforme a la Definición 3.1 y sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j \in \mathcal{K}, i \neq j}$ una familia de tiempos de espera conforme a la Definición 3.2. Para cada $i \in \mathcal{K}$ se cumple

1. para cualquier $t > 0$ y para cualesquiera $t_{i1}, \ldots, t_{ii-1}, t_{ii+1}, \ldots, t_{iK} \in [0,t]$ se cumple

$$\mathbb{P}[\tau_{i1} > t_{i1}, \ldots, \tau_{iK} > t_{iK} | \mathcal{I}_t] = \prod_{j=1, j \neq i}^{K} \exp\left\{-\int_0^{t_{ij}} \mu_{ij}(u)du\right\} \tag{14}$$
$$= \exp\left\{-\sum_{j=1, j \neq i}^{K} \int_0^{t_{ij}} \mu_{ij}(u)du\right\};$$

2. los tiempos aleatorios $\tau_{ij},\ i,j \in \mathcal{K}, i \neq j,$ son condicionalmente independientes con respecto a la filtración $\mathbb{I}$ bajo $\mathbb{P}$;

3. para cualquier $t > 0$ y para cualesquiera $t_{i1}, \ldots, t_{ii-1}, t_{ii+1}, \ldots, t_{iK} \in [0,t]$, la función de densidad conjunta de $\bar{\tau}_i = (\tau_{i1}, \ldots, \tau_{ii-1}, \tau_{ii+1}, \ldots, \tau_{iK})$ condicional $\mathcal{I}_t$ está dada por

$$f_{\bar{\tau}_i}[t_{i1}, \ldots, t_{iK}|\mathcal{I}_t] = \prod_{j=1, j\neq i}^{K} f_{\tau_{ij}}(t_{ij}|\mathcal{I}_t)$$

$$= \prod_{j=1, j\neq i}^{K} \mu_i(t_{ij}) \exp\left\{-\int_0^{t_{ij}} \mu_{ij}(u)du\right\} \tag{15}$$

III.4.3. Mínimos de los Tiempos de Espera.

Definición 3.3. Sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de tiempos de espera. Para cada $i \in \mathcal{K}$ se definen los siguientes elementos.

1. Sea $\tau_{i(1)}$ el mínimo de los tiempos de espera $\tau_{i1}, \ldots, \tau_{ii-1}, \tau_{ii+1}, \ldots, \tau_{iK}$, i.e.

$$\tau_{i(1)} = \tau_{i1} \wedge \tau_{i2} \wedge \ldots \wedge \tau_{ii-1} \wedge \tau_{ii+1} \wedge \ldots \wedge \tau_{iK} = \min_{j\in\mathcal{K}, j\neq i}\{\tau_{ij}\}$$

2. Sea $H^{i(1)} = \{H^{i(1)}(t)\}_{t\geq 0}$, el proceso estocástico $\mathbb{F}$-adaptado dada por

$$H^{i(1)}(t) := \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}\leq t\}} \tag{16}$$

En otras palabras, $H^{i(1)}$ es el proceso de salto, el cual indica si al tiempo t ya ocurrió o no un salto del decremento i a cualquier otro decremento $j \neq i$.

Lema 3.3. Sea $\{\mu_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de procesos de intensidad de transición conforme a la Definición 3.1 y sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de tiempos de espera conforme a la Definición 3.2. Para $i \in \mathcal{K}$ y para todo $0 \leq t \leq T$ se cumple

$$\mathbb{P}[\tau_{i(1)} > t|\mathcal{I}_T] = \mathbb{P}[\tau_{i(1)} > t|\mathcal{I}_t] = \exp\left\{-\sum_{j=1, j\neq i}^{K} \int_0^t \mu_{ij}(u)du\right\}. \tag{17}$$

3.4.4. Intensidad del Decremento i a los Primeros Saltos.

Definición 3.4. Sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j\in\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de tiempos de espera y sea $\tau_{i(1)}$ el mínimo tiempo de espera para el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$. Entonces para cada $j \in \mathcal{K}, i \neq j$ se define al proceso estocástico $\tilde{\mu}^{ij} = \{\tilde{\mu}^{ij}(t)\}_{t\geq 0}$ llamado la intensidad del decremento i al j en el primer salto aleatorio como

$$\tilde{\mu}^{ij}(t) := \lim_{h\downarrow 0} \frac{1}{h} \frac{\mathbb{P}[t < \tau_{ij} < t+h, \tau_{i(1)} > t|\mathcal{I}_t]}{\mathbb{P}[\tau_{i(1)} > t|\mathcal{I}_t]}, \quad t \geq 0. \tag{18}$$

Definimos al proceso estocástico $\tilde{\mu}^{i(1)} = \{\tilde{\mu}^{i(1)}(t)\}_{t\geq 0}$ llamado la intensidad del decremento i al primer salto aleatorio como

$$\tilde{\mu}^{i(1)}(t) := \lim_{h\downarrow 0} \frac{1}{h} \frac{\mathbb{P}\left[t < \tau_{i(1)} < t+h \middle| \mathcal{I}_t\right]}{\mathbb{P}\left[\tau_{i(1)} > t \middle| \mathcal{I}_t\right]}, \quad t \geq 0. \tag{19}$$

Observación 3.5. Estando en el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$, entonces se observa lo siguiente.

- La intensidad del decremento i al j en el primer salto aleatorio $\tilde{\mu}^{ij}(t)$ evaluada en $t \geq 0$ se puede interpretar como la probabilidad instantánea de que dado que ningún salto aleatorio ocurrió antes de t, inmediatamente después de t un salto aleatorio al j-ésimo decremento sea el primero en ocurrir, tomando en cuenta que esta probabilidad es condicional a la información acumulada dada por $\mathcal{I}_t$.
- La intensidad del decremento i al primer salto aleatorio $\tilde{\mu}^{i(1)}(t)$ evaluada en $t \geq 0$ se puede interpretar como la probabilidad instantánea de que dado que ningún salto aleatorio ocurrió antes de t, inmediatamente después de t, salte a algún decremento, tomando en cuenta que esta probabilidad es condicional a la información acumulada dada por $\mathcal{I}_t$.

Lema 3.4. Sea $\{\mu_{ij}\}_{i,j\,\epsilon\,\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de procesos de intensidad de transición definidas conforme a la Definición 3.1 y sea $\{\tau_{ij}\}_{i,j\,\epsilon\,\mathcal{K}, i\neq j}$ una familia de tiempos de espera conforme a la Definición 3.2. Para $i \in \mathcal{K}$ y para todo $0 \leq t \leq T$ se cumple:

1. la intensidad del decremento i al j en el primer salto aleatorio $\tilde{\mu}^{ij}$, $i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$ satisface

$$\tilde{\mu}^{ij}(t) = \mu_{ij}(t); \tag{20}$$

2. la intensidad del decremento i al primer salto aleatorio $\tilde{\mu}^{i(1)}$, $i \in \mathcal{K}$ satisface

$$\tilde{\mu}^{i(1)}(t) = \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \mu_{ij}(t). \tag{21}$$

III.4.5. Procesos de Probabilidades Marginales de Supervivencia.

Lema 3.5. Sea $\tau_{i(1)}(x)$ el mínimo tiempo de espera para el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$. Entonces, para cualquier $0 \leq t \leq T$,

$$\mathbb{P}\left[\tau_{i(1)}(x) > T \middle| \mathcal{I}_t \vee \mathcal{H}_t\right] = \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x)>t\}} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u;x)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] \tag{22}$$

Corolario 3.5.1. En particular, si consideramos la filtración $\mathbb{I}$ y el evento $\{\tau_{i(1)} > t\}$, se obtiene del lema anterior que

$$\mathbb{P}\left[\tau_{i(1)}(x) > T \middle| \mathcal{I}_t, \{\tau_{i(1)}(x) > t\}\right] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u;x)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] \tag{23}$$

Por lo tanto, se define lo siguiente.

Definición 3.5. Para $0 \leq t \leq T$ y para $x \in \mathrm{X}$ se define el proceso estocástico $\left\{{}_{T-t}P_{x+t}^{i(1)}(t,T)\right\}_{0\leq t\leq T}$ como

$$ {}_{T-t}P_{x+t}^{i(1)}(t,T) := \mathbb{E}^{\mathbb{P}}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u;x)du\right\}\middle|\, \mathcal{I}_t\right] \tag{24}$$

que representa la probabilidad de que un individuo de edad x (al tiempo 0) permanezca en el decremento $i \in \mathcal{K}$ hasta el tiempo T, dado que se está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ en el tiempo t.

III.5. Método General de Valuación para un Contrato de Seguro de Vida.

En esta subsección se busca encontrar una Metodología para valuar en general un Contrato de Seguro de Vida. (véase [BR02], [BJR09], [Bjö98], [BM01], [CBDPIL06], [DM06], [Lan09], [MS07], [MR05], [Shr04], entre otros.)

III.5.1. Mercado Financiero.

Supuesto 3.3. Se cuenta con un mercado financiero tal como se define en el Anexo 6.3.3, donde se tiene lo siguiente:

- existe un modelo para el mercado financiero, donde se modelan todos los instrumentos financieros, estructuras temporales de tasas, tipos de cambio, etc;
- $\mathbb{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t\geq 0}$ representa la filtración generada por los precios de los diferentes componentes del mercado financiero, y
- $\mathbb{Q}_F$ es una medida martingala equivalente para el mercado financiero.

III.5.2. Valor del Contrato de Seguro de Vida.

Supuesto 3.4.

- Se denota por $\mathbb{P}_M$ a la medida de probabilidad objetiva, relacionada con los riesgos técnicos asociados a las diferentes contingencias contra las que se quiere cubrir un asegurado al ser contratada una póliza de Seguro de Vida.
- Sea $\mathbb{Q}_F$ la medida martingala equivalente definida para el mercado financiero.
- Se trabajará sobre un espacio de probabilidad filtrado definido por

$$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q}, \mathbb{F});$$

donde:

- $\mathbb{Q} = \mathbb{P}_M \times \mathbb{Q}_F$.
- $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t\geq 0}$, definida como

$$\mathcal{F}_t = \mathcal{G}_t \vee \mathcal{H}_t \vee \mathcal{I}_t$$

- Las filtraciones $\mathbb{G}$ y $\mathbb{H} \vee \mathbb{I}$ son independientes.

Definición 3.6. En general, para un contrato de Seguro de Vida con fecha de vencimiento T, la pérdida acumulada hasta el tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, denotada por el proceso $L_i^{Ac}(\cdot;T) = \left\{L_i^{Ac}(t;T)\right\}_{0\leq t\leq T}$, está dada por

$$L_i^{A_c}(t;T) = SAS_i\, \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}\mathrm{I}_{[T,\infty)}(t) + \int_{(0,t]} \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\}} SA_{ij}(u) dH^{i(1)}(u) - \int_{(0,t]} (1 - H^{i(1)}(u))\, dP_i(u) \tag{25}$$

Donde:

- SAS_i representa el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$;
- SA_{ij}es el proceso que denota el beneficio por pasar del decremento i al decremento $j, i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$;
- $P_i$es el proceso que representa el flujo de pago de primas para el contrato de Seguro de Vida siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$.

Definición 3.7. Sea B_{l_d} el proceso de la cuenta de banco en moneda doméstica (véase Anexo 6.3.3), i.e.

$$B_{l_d}(t) = \exp\left\{\int_0^t r_{l_d}(u)du\right\},$$

La pérdida prospectiva acumulada en el periodo $(t, T]$ deflactada al tiempo $t \in (0, T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, denotada por el proceso $L_i(\cdot; T) = \{L_i(t; T)\}_{0 \leq t \leq T}$, está dada por

$$L_i(t; T) := \int_{(t,T]} \frac{dL_i^{A_c}(u; T)}{B_{l_d}(u)},$$

(26)

Teorema 3.1. El valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, se calcula entonces al tiempo $t \in (0, T]$ como

$$V_i(t; T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{(t,T]} \frac{dL_i^{A_c}(u; T)}{B_{l_d}(u)}\middle| \mathcal{F}_t\right],$$

(27)

Corolario 3.1.1. Derivado de la Definición 3.6 ecuación (25) y la Definición 3.7 ecuación (26), queda claro que del teorema anterior se puede representar al valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada $V_i(t, T)$ como

$$V_i(t; T) = V1_i(t; T) + V2_i(t; T) - V3_i(t; T).$$

(28)

donde:

$$V1_i(t; T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)>T}\}}}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{F}_t\right],$$

(29)

$$V2_i(t; T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1, j\neq 1}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}<T\}} SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle| \mathcal{F}_t\right],$$

(30)

y

$$V3_i(t; T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1 - H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)} dP_i(s)\middle| \mathcal{F}_t\right]$$

(31)

Definición 3.8. Se definen lo siguiente:

- El proceso $V1_i(\cdot;T) = \{V1_i(t;T)\}_{0\leq t\leq T}$ se llamará el valor presente actuarial del pago del beneficio de permanencia en el decremento i.
- El proceso $V2_i(\cdot;T) = \{V2_i(t;T)\}_{0\leq t\leq T}$ se llamará el valor presente actuarial del pago de beneficios por migración del decremento i.
- El proceso $V3_i(\cdot;T) = \{V3_i(t;T)\}_{0\leq t\leq T}$ se llamará el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento i.

III.5.3. Valor Presente Actuarial del Pago del Beneficio de Permanencia en el Decremento i.

En esta subsección se encontrarán expresiones para el valor presente actuarial del pago del beneficio de permanencia en el decremento $i, V1_i(\cdot;T)$, de acuerdo a diferentes supuestos sobre el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento i, SAS_i. Se avanzará de los casos más simples a los casos más generales.

Seguros Tradicionales. Para un plan tradicional se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.5. Sea SAS_i determinista (constante).

Lema 3.6. Tomando el Supuesto 3.5, entonces el valor presente actuarial del pago del beneficio de permanencia en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V1_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i\ \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}}{B_{l_d}(T)}\middle|\ \mathcal{F}_t\right]$$

$$= SAS_i P_{l_d}(t,T)\mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle|\ \mathcal{I}_t\right], \tag{32}$$

Independencia de $\mathbb{I}$ Se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.6. Sea SAS_i una variable aleatoria independiente de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$ integrable.

Lema 3.7. Tomando el Supuesto 3.6, entonces el valor presente actuarial del pago del beneficio de permanencia en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V1_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i\ \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}}{B_{l_d}(T)}\middle|\mathcal{F}_t\right] \tag{33}$$

$$= \Pi(t;SAS_i)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle|\mathcal{I}_t\right]$$

Donde por la Fórmula de Valuación de Riesgo Neutral (véase Anexo 6.3.3) se tiene

$$\Pi(t;SAS_i) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{SAS_i}{B_{l_d}(T)}\middle|\ \mathcal{G}_t\right] \tag{34}$$

Corolario 3.7.1 (Instrumentos de Renta Variable). Tomando el Supuesto 3.6.

1. Si $SAS_i = \varphi(t)S_v(T)$ con $\varphi(t)$ una función determinista que representa el número de instrumentos y $S_v(T)$el valor de mercado de un instrumento de renta variable, todos al tiempo $T \geq t$, entonces

$$\Pi(t;SAS_i) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi\ (T)S_v(T)}{B_{l_d}(T)}\middle|\ \mathcal{G}_t\right] = \varphi\ (T)S_v(t). \tag{35}$$

2. Si $SAS_i = \varphi(t)Z_m(T)S_v(T)$ con $\varphi(t)$ una función determinista que representa el número de instrumentos, $Z_m(T)$ el valor de mercado del tipo de cambio de la moneda m y $S_v(T)$ el valor de mercado de un instrumento de renta variable, todos al tiempo $T \geq t$, entonces

$$\Pi(t; SAS_i) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(T)Z_m S_v(T)}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{G}_t\right] = \varphi(T)Z_m(t)S_v(t). \tag{36}$$

(Véase Anexo 6.3.3).

Corolario 3.7.2 (Instrumentos de Deuda Libres de Riesgo). Tomando el Supuesto 3.6.

1. Si $SAS_i = \varphi(t)P_{l_d}(T,T)$, con $\varphi(t)$ una función determinista que representa el número de instrumentos y $P_{l_d}(T,T)$ el valor de mercado de un instrumento de deuda libre de riesgo, todos al tiempo $T \geq t$, entonces

$$\Pi(t; SAS_i) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(T)P_{l_d}(T,T)}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{G}_t\right] = \varphi(T)P_{l_d}(t,T). \tag{37}$$

2. Si $SAS_i = \varphi(t)Z_m(T)P_{l_d}(T,T)$, con $\varphi(t)$ una función determinista que representa el número de instrumentos, $Z_m(T)$ el valor de mercado del tipo de cambio de la moneda m y $S_v(T)$ el valor de mercado de un instrumento de deuda libre de riesgo, todos al tiempo $T \geq t$, entonces

$$\Pi(t; SAS_i) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(T)Z_m(T)P_{l_d}(T,T)}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{G}_t\right] = \varphi(T)Z_m(t)P_{l_d}(t,T). \tag{38}$$

(Véase Anexo 6.3.3).

Observación 3.6. Por el corolario anterior, se observa que el caso de los Seguros Tradicionales se puede ver como un caso particular de los instrumentos de deuda libres de riesgo, fijando a $\varphi(s) = SAS_i$, ya que $P_{l_d}(T,T) = 1$ para todo $T \geq 0$.

Caso General. Para el caso general se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.7. Sea SAS_i una variable aleatoria, tal que la variable aleatoria $\mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}\frac{SAS_i}{B_{l_d(T)}}$ sea $\mathbb{Q}$-intregable.

Lema 3.8. Tomando el Supuesto 3.7, entonces el valor presente actuarial del pago del beneficio de permanencia en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V1_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i\,\mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{F}_t\right]$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[SAS_i \exp\left\{-\int_t^T (r_{l_d}(u) + \tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}\middle| \mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right]. \tag{39}$$

III.5.4. Valor Presente Actuarial del Pago de Beneficios por Migración del Decremento i.

De manera similar, en esta subsección se encontrarán expresiones para el valor presente actuarial del pago de beneficios por migración del decremento $i, V2_i(\cdot;T)$, de acuerdo a diferentes supuestos sobre los beneficios por pasar del decremento i al decremento $j, i, j \in \mathcal{K}, i \neq j$. Se avanzará de los casos más simples a los casos más generales.

Seguros Tradicionales. Para un plan tradicional se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.8. Sean $SA_{ij}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$ funciones deterministas (constantes).

Lema 3.9. Tomando el Supuesto 3.8, entonces el valor presente actuarial del pago de beneficios por migración del decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V2_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}<T\}} SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle| \mathcal{F}_t\right]$$

$$= \sum_{j=1,j\neq i}^{K} \int_t^T SA_{ij}(s) P_{l_d}(t,s)\mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\mu_{ij}(s)\exp\left\{-\int_t^s \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle| \mathcal{I}_t\right] ds. \tag{40}$$

Independencia de $\mathbb{I}$. Se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.9. Sea $SA_{ij} = \{SA_{ij}(t)\}_{0\leq t\leq T}$, $i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, una familia de procesos estocásticos $\mathbb{G}$ -previsibles, independientes de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrables.

Lema 3.10. Tomando el Supuesto 3.9, entonces el valor presente actuarial del pago de beneficios por migración del decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V2_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}<T\}} SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{41}$$

$$= \sum_{j=1,j\neq i}^{K} \int_t^T \Pi\big(t; SA_{ij}(s)\big)\mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\mu_{ij}(s)\exp\left\{-\int_t^s \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle| \mathcal{I}_t\right] ds$$

Donde por la Fórmula de Valuación de Riesgo Neutral (véase Anexo 6.3.3) se tiene

$$\Pi\big(t; SA_{ij}(s)\big) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{SA_{ij}(s)}{B_{l_d}(s)}\middle| \mathcal{G}_t\right]. \tag{42}$$

Corolario 3.10.1 (Instrumentos de Renta Variable). Tomando el Supuesto 3.9.

1. Si $SA_{ij}(s) = \varphi(s)S_v(s)$, con $\varphi(s)$ una función determinista que representa el número de instrumentos y $S_v(s)$ el valor de mercado de un instrumento de renta variable, todos al tiempo $s \in [t,T]$, entonces

$$\Pi(t; SAS_i(s)) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(s)S_v(s)}{B_{l_d}(s)}\middle| \mathcal{G}_t\right] = \varphi(s)S_v(t). \tag{43}$$

2. Si $SA_{ij}(s) = \varphi(s)Z_m(s)S_v(s)$, con $\varphi(s)$ una función determinista que representa el número de instrumentos, $Z_m(s)$ valor de mercado del tipo de cambio de la moneda m y $S_v(s)$ el valor de mercado de un instrumento de renta variable, todos al tiempo $s \in [t,T]$, entonces

$$\Pi\big(t; SA_{ij}(s)\big) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(s)Z_m(s)S_v(s)}{B_{l_d}(s)}\middle| \mathcal{G}_t\right] = \varphi(s)Z_m(t)S_v(t). \tag{44}$$

(Véase Anexo 6.3.3).

Corolario 3.10.2 (Instrumentos de Deuda Libres de Riesgo). Tomando el Supuesto 3.9.

1. Si $SA_{ij}(s) = \varphi(s)P_{l_d}(s,s)$, con $\varphi(s)$ una función determinista que representa el número de instrumentos y $P_{l_d}(s,s)$ el valor de mercado de un instrumento de deuda libre de riesgo, todos al tiempo $s \in [t,T]$, entonces

$$\Pi\big(t; SA_{ij}(s)\big) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(s)P_{l_d}(s,s)}{B_{l_d}(s)}\middle|\, \mathcal{G}_t\right] = \varphi(s)P_{l_d}(t,s). \tag{45}$$

2. Si $SA_{ij}(s) = \varphi(s)Z_m(s)P_{l_d}(s,s)$, con $\varphi(s)$ una función determinista que representa el número de instrumentos, $Z_m(s)$ el valor de mercado del tipo de cambio de la moneda m y $S_v(s)$ el valor de mercado de un instrumento de deuda libre de riesgo, todos al tiempo $s \in [t,T]$, entonces

$$\Pi\big(t; SA_{ij}(s)\big) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{\varphi(s)Z_m(s)P_{l_d}(s,s)}{B_{l_d}(s)}\middle|\, \mathcal{G}_t\right] = \varphi(s)Z_m(t)P_{l_d}(t,s). \tag{46}$$

(Véase Anexo 6.3.3).

Observación 3.7. Observemos por el corolario anterior, que el caso de los Seguros Tradicionales se puede ver como un caso particular de los instrumentos de deuda libres de riesgo, fijando a $\varphi(s) = SAS_{ij}(s)$ ya que $P_{l_d}(s,s) = 1$ para todo $s \in [t,T]$.

Caso General. Para el caso general se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.10. Sea $SA_{ij} = \{SA_{ij}(t)\}_{0\le t\le T}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$ una familia de procesos estocásticos $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles, tales que las variables aleatorias $\mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\le s\}}\frac{SA_{ij}(s)}{B_{l_d(s)}}$, $i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, sean $\mathbb{Q}$-integrables para $s \in [t,T]$.

Lema 3.11. Tomando el Supuesto 3.10, entonces el valor presente actuarial del pago de beneficios por migración del decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V2_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K}\frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}<T\}}SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle|\, \mathcal{F}_t\right]$$

$$= \sum_{j=1,j\neq i}^{K}\int_t^T \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[SA_{ij}(s)\mu_{ij}(s)\exp\left\{-\int_t^s (r_{l_d}(u)+\tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}\middle|\, \mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right] ds. \tag{47}$$

III.5.5. Valor Presente Actuarial del Pago de Primas en el Decremento i.

En esta subsección se encontrarán expresiones para el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento $i, V3_i(\cdot;T)$, de acuerdo a diferentes supuestos sobre el flujo de pago de primas para el contrato de seguro siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Se avanzará de los casos más simples a los casos más generales.

Observación 3.8. Muchas veces es común que el periodo de pago de primas no coincida con la temporalidad original del plan, i.e. las primas se pagan hasta un tiempo final $S \le T$, donde S es la temporalidad original del pago de primas y T es la temporalidad original del plan.

Seguros Tradicionales. Para un plan tradicional se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.11. Sean $P_i, i \in \mathcal{K}, i \neq j$, funciones deterministas (constantes), de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k)\mathrm{I}_{\{k\le t\}}. \tag{48}$$

Donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es una función determinista (constante en el periodo $[k, k+1)$, la cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, con $k \in \{0, \ldots, S-1\}$.

Lema 3.12. Tomando el Supuesto 3.11, entonces el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0, T]$ se calcula como

$$V3_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1 - H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)}\, dP_i(s)\middle|\, \mathcal{F}_t\right]$$

$$= \sum_{k=\lfloor t-1 \rfloor+1}^{S-1} Pr_i(k)\, P(t,k)\mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^k \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle|\, \mathcal{I}_t\right]. \tag{49}$$

Independencia de $\mathbb{I}$. Se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.12. Sea $P_i = \{P_i(t)\}_{0 \leq t \leq T}, i \in \mathcal{K}$, una familia de procesos estocásticos acotados, $\mathbb{G}$ -previsibles, de variación finita, independientes de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrables, de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k)\mathrm{I}_{\{k \leq t\}}. \tag{50}$$

Donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es un proceso estocástico acotado, $\mathbb{G}$-previsible, de variación finita, independiente de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrable, el cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, *con* $k \in \{0, \ldots, S-1\}$.

Lema 3.13. Tomando el Supuesto 3.12, entonces el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0, T]$ se calcula como

$$V3_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1 - H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)}\, dP_i(s)\middle|\, \mathcal{F}_t\right]$$

$$= \sum_{k=\lfloor t-1 \rfloor+1}^{S-1} \Pi(t; Pr_i(k))\mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^k \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\}\middle|\, \mathcal{I}_t\right]. \tag{51}$$

Donde por la Fórmula de Valuación de Riesgo Neutral (véase Anexo 6.3.3) se tiene

$$\Pi\big(t; Pr_i(k)\big) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{Pr_i(k)}{B_{l_d}(k)}\middle|\, \mathcal{G}_t\right]. \tag{52}$$

Caso General. Para el caso general se hace el siguiente supuesto.

Supuesto 3.13.

1. Sea $P_i = \{P_i(t)\}_{0 \leq t \leq T}, i \in \mathcal{K}$, una familia de procesos estocásticos acotados, $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, tales que los procesos estocásticos $\int_{(0,t]} \frac{1}{B_{l_d}(s)} dP_i(s), i \in \mathcal{K}$, sean de variación finita.

2. Además del inciso anterior, se supone que la familia de procesos $P_i = \{P_i(t)\}_{0 \leq t \leq T}, i \in \mathcal{K}$, es de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k)1_{\{k \leq t\}}. \tag{53}$$

Donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es un proceso estocástico acotado, $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, el cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, con $k \in \{0, \ldots, S-1\}$.

Lema 3.14. Tomando el Supuesto 3.13 inciso 1, el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V3_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1-H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)}\, dP_i(s)\middle|\mathcal{F}_t\right]$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \exp\left\{-\int_t^s (r_{l_d}(u)+\tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\} dP_i(s)\middle|\mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right]. \quad (54)$$

Además, tomando el Supuesto 3.13 inciso 1, el valor presente actuarial del pago de primas en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, al tiempo $t \in [0,T]$ se calcula como

$$V3_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1-H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)}\, dP_i(s)\middle|\mathcal{F}_t\right]$$

$$= \sum_{k=\lceil t-1\rceil+1}^{S-1} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[Pr_i(k)\exp\left\{-\int_t^k (r_{l_d}(u)+\tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}\middle|\ \mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right]. \quad (55)$$

III.5.6. Revisión del Valor del Contrato de Seguro de Vida.

Se recuerda que, por el Corolario 3.1.1, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada $V_i(t;T)$ se puede expresar como

$$V_i(t;T) = V1_i(t;T) + V2_i - V3_i(t;T).$$

donde:

$$V1_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i\ \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}}{B_{l_d}(T)}\middle|\ \mathcal{F}_t\right],$$

$$V2_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}<T\}}SA_{ij}(\tau_{ij})}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle|\ \mathcal{F}_t\right],$$

$$V3_i(t;T) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1-H^{i(1)}(s)}{B_{l_d}(s)} dP_i(s)\middle|\mathcal{F}_t\right].$$

En las subsecciones III.5.3, III.5.4 y III.5.5 se encontraron resultados para los valores actuariales $V1_i(t;T)$, $V2_i(t;T)$ y $V3_i(t;T)$ respectivamente, bajo diferentes supuestos. En este sentido, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada $V_i(t;T)$ tomaría diferentes expresiones dependiendo las diferentes combinaciones de supuestos que están detrás de cada uno de los valores actuariales $V1_i(t;T)$, $V2_i(t;T)$ y $V3_i(t;T)$. Esta serie de supuestos está ligada a las características inherentes del plan de cada póliza a valuar, por ejemplo, si para una póliza en particular, se trata de un Seguro Tradicional se utilizará una serie de supuestos, etc. Debido a que existen muchas diferentes combinaciones para el valor $V_i(t;T)$ dependiendo los supuestos detrás de $V1_i(t;T)$, $V2_i(t;T)$ y $V3_i(t;T)$, resultará impráctico dar una expresión de $V_i(t;T)$ para cada una de las posibles combinaciones. De esta manera, se presentarán solamente expresiones para los casos más representativos.

Seguros Tradicionales.

Teorema 3.2. Sea $L_i(t;T)$ el proceso de la pérdida prospectiva acumulada en el periodo $(t,T]$ deflactada al tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Si la póliza a valuar es de un Seguro Tradicional, i.e. si

- SAS_i es determinista (constante);
- SA_{ij} , $i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$,son funciones deterministas (constantes);
- $P_i, i \in \mathcal{K}$, son funciones deterministas (constantes), de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k) \mathrm{I}_{\{k \leq t\}}.$$

Donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es una función determinista constante en el periodo $[k, k+1)$, la cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, *con* $k \in \{0, \ldots, S-1\}$.

entonces, para cualquier $0 \leq t \leq T$, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$\begin{aligned} V_i(t;T) = {} & SAS_i \, P_{l_d}(t,T) \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] \\ & + \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \int_t^T SA_{ij}(s) \, P_{l_d}(t,s) \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\mu_{ij}(s) \exp\left\{-\int_t^s \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] ds \\ & - \sum_{k=\lfloor t-1 \rfloor+1}^{S-1} Pr_i(k) P(t,k) \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^k \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right]. \end{aligned} \tag{56}$$

Independencia de $\mathbb{I}$.

Teorema 3.3. Sea $L_i(t;T)$ el proceso de la pérdida prospectiva acumulada en el periodo $(t,T]$ deflactada al tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Si

- SAS_i es una variable aleatoria independiente de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrable;
- $SA_{ij} = \{SA_{ij}(t)\}_{0 \leq t \leq T}$, $i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$ es una familia de procesos estocásticos $\mathbb{G}_\Gamma$-previsibles, independientes de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrables;
- $P_i = \{P_i(t)\}_{0 \leq t \leq T}$, $i \in \mathcal{K}$, es una familia de procesos estocásticos acotados, $\mathbb{G}_\Gamma$-previsibles, de variación finita, independientes de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrables, de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k) \mathrm{I}_{\{k \leq t\}}.$$

donde $S \leq T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es un proceso estocástico acotado, $\mathbb{G}_\Gamma$-previsibles y de variación finita, independiente de $\mathbb{I}$ y $\mathbb{Q}_F$-integrable, el cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, con $k \in \{0, \ldots, S-1\}$;

entonces, para cualquier $0 \leq t \leq T$, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$\begin{aligned} V_i(t;T) = {} & \Pi(t; SAS_i) \, \mathbb{E}^{\mathbb{Q}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^T \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] \\ & + \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \int_t^T \Pi(t; SA_{ij}(s)) \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\mu_{ij}(s) \exp\left\{-\int_t^s \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right] ds \\ & + \sum_{k=\lfloor t-1 \rfloor+1}^{S-1} \Pi(t; \mathrm{Pr}_i(k)) \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^k \tilde{\mu}^{i(1)}(u)du\right\} \middle| \mathcal{I}_t\right]. \end{aligned} \tag{57}$$

Donde por la Fórmula de Valuación de Riesgo Neutral (véase Anexo 6.3.3) se tiene

$$\Pi(t;X) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}_F}\left[\frac{X}{B_{l_d}(u)}\middle|\ \mathcal{G}_t\right],$$

Con $X \in \{SAS_i, SA_i(s), Pr_i(k)\},\ s \in [t,T]$ y $k \in \{[t-1]+1, \ldots . S-1\}$

Caso General.

Teorema 3.4. Sea $L_i(t;T)$ el proceso de la pérdida prospectiva acumulada en el periodo $(t,T]$ deflactada al tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Si

- SAS_i es una variable aleatoria, de manera que la variable aleatoria $\mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}>T\}}\frac{SAS_i}{B_{l_d}(T)}$ sea $\mathbb{Q}$-integrable;
- $SA_{ij} = \{SA_{ij}(t)\}_{0\le t\le T},\ i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, es una familia de procesos estocásticos $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles, tales que las variables aleatorias $\mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\le s\}}\frac{SA_{ij}(s)}{B_{l_d}(s)}, i,j \in \mathcal{K}, i \neq j$, sean $\mathbb{Q}$-integrables para $s \in [t,T]$;
- $P_i = \{P_i(t)\}_{0\le t\le T},\ i \in \mathcal{K}$, es una familia de procesos estocásticos acotados, $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, de la forma

$$P_i(t) = \sum_{k=0}^{S-1} Pr_i(k)\mathrm{I}_{\{k\le t\}}.$$

donde $S \le T$ es la temporalidad original del pago de primas. Para $i \in \mathcal{K}, Pr_i(k)$ es un proceso estocástico acotado, $\mathbb{G} \vee \mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, el cual representa la prima pagada en el periodo $[k, k+1)$, con $k \in \{0, \ldots, S-1\}$;

entonces, para cualquier $0 \le t \le T$, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$\begin{aligned} V_i(t;T) = {} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[SAS_i \exp\left\{-\int_t^T (r_{l_d}(u) + \tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}\middle|\mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right] \\ & + \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T SA_{ij}(s)\mu_{ij}(s)\exp\left\{-\int_t^s (r_{l_d}(u) + \tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}ds\middle|\mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right] \\ & - \sum_{k=[t-1]+1}^{S-1} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[Pr_i(k)\exp\left\{-\int_t^k (r_{l_d}(u) + \tilde{\mu}^{i(1)}(u))du\right\}\middle|\mathcal{G}_t \vee \mathcal{I}_t\right] \end{aligned} \qquad (58)$$

III.6. Valuación para los Planes: Temporal, Vitalicio y Dotal.

En la subsección anterior se encontró un método general para valuar contratos de Seguro de Vida. En esta subsección se utilizará el método desarrollado para aplicarse en especial en los planes Temporales, Vitalicios y Dotales.

III.6.1. Planes Temporales

Los planes Temporales, son todos aquellos planes en los que la temporalidad del plan representa un periodo de tiempo pactado que se conoce con certeza en el momento de emisión de la póliza o certificado. Además, en este tipo de planes, no existen beneficios si el asegurado permaneció en el decremento $j \in \mathcal{K}$, con el que inició al momento de la emisión de la póliza o certificado, hasta la extinción de la temporalidad del plan; o bien, si el asegurado permaneció en algún otro decremento $j \in \mathcal{K}$ hasta la extinción de la temporalidad del plan, siempre y cuando este otro decremento no haya hecho que el contrato de seguro haya dejado de tener validez. Por ejemplo, si el otro decremento j representa la muerte, es obvio que al momento de la extinción de la temporalidad del plan el asegurado habrá permanecido en el decremento j, sin embargo, la póliza habrá dejado de ser válida en ese momento mencionado.

En este sentido, para los planes Temporales, $o = 1$, y para $j \in \mathcal{K}$, los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada, $L_i^{AC}(t;T,x,1,a,m)$ y $L_i(t;T,x,1,a,m)$ respectivamente, no tendrán todos los elementos de los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada planteados en las ecuaciones (25) y (26). El siguiente lema plantea la forma de ambos procesos.

Lema 3.15. Se tiene un contrato de Seguro de Vida Temporal, $o = 1$, con fecha de vencimiento T.

1. Sea $L_i^{AC}(t;T,x,1,a,m)$ la pérdida acumulada hasta el tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Entonces $L_i^{AC}(t;T,x,1,a,m)$ satisfice

$$L_i^{Ac}(t;T,x,1,a,m) = \int_{(0,t]} \sum_{j=1,j\neq i}^{K} \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x,1,a,m)=\tau_{ij}(x,1,a,m)\}} SA_{ij}(u)\, dH^{i(1)}(u,x,1,a,m) - \int_{(0,t]} (1 - H^{i(1)}(u,x,1,a,m)) dP_i(u) \quad (59)$$

donde:

- SA_{ij} es el proceso que denota el beneficio por pasar del decremento i al decremento j, $i,j \in \mathcal{K}$;
- P_i es el proceso que representa el flujo de pago de primas para el contrato de Seguro de Vida siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$.

2. Sea $L_i(t;T,x,1,a,m)$ la pérdida prospectiva acumulada hasta el tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Entonces $L_i(t;T,x,1,a,m)$ satisface

$$L_i(t;T,x,1,a,m) = \int_{(t,T]} \frac{dL_i^{Ac}(u;T,x,1,a,m)}{B_{l_d}(u)} \quad (60)$$

3. El valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, se calcula entonces al tiempo $t \in [0,T]$ como

$$V_i(t;T,x,1,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{(t,T]} \frac{dL_i^{Ac}(u;T,x,1,a,m)}{B_{l_d}(u)}\middle| \mathcal{F}_t\right] = V2_i(t;T,x,1,a,m) - V3_i(t;T,x,1,a,m) \quad (61)$$

donde:

$$V2_i(t;T,x,1,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}(x,1,a,m)=\tau_{ij}(x,1,a,m)\leq T\}} SA_{ij}(\tau_{ij}(x,1,a,m))}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle| \mathcal{F}_t\right] \quad (62)$$

$$V3_i(t;T,x,1,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1 - H^{i(1)}(x,1,a,m)(s)}{B_{l_d}(s)} dP_i(s)\middle| \mathcal{F}_t\right] \quad (63)$$

Como se mencionó anteriormente, en las subsecciones III.5.4 y III.5.5 se encontraron resultados para los valores actuariales de las pérdidas prospectivas acumuladas $V2_i(t;T,x,1,a,m)$ y $V3_i(t;T,x,1,a,m)$ respectivamente, bajo diferentes supuestos. En este sentido, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada $V_i(t;T,x,1,a,m)$ tomará diferentes expresiones dependiendo las diferentes combinaciones de supuestos que están detrás de cada uno de los valores actuariales $V2_i(t;T,x,1,a,m)$ y $V3_i(t;T,x,1,a,m)$.

III.6.2. Planes Dotales

Los planes Dotales, son todos aquellos planes en los que la temporalidad del plan representa un periodo de tiempo pactado que se conoce con certeza en el momento de emisión de la póliza o certificado. En este tipo de planes, siempre existen beneficios si el asegurado permaneció en el decremento $i \in \mathcal{K}$, con el que inició al momento de la emisión de la póliza o certificado, hasta la extinción de la temporalidad del plan; o bien, si el asegurado permaneció en algún otro decremento $j \in \mathcal{K}$ hasta la extinción de la temporalidad del plan, siempre y cuando este otro decremento no haya hecho que el contrato de seguro haya dejado de tener validez. Los beneficios por permanencia siempre son del tipo de un pago único.

Además, en los planes Dotales pueden existir también beneficios por transiciones entre los decrementos siempre y cuando estas transiciones ocurran durante la temporalidad del plan. En el caso de que sí existan beneficios por transiciones los planes se conocen como Dotales Mixtos o simplemente Dotales, mientras que cuando no existen estos beneficios estos planes se conocen como Dotales Puros.

En este sentido, para los planes Dotales, $o = 2$, y para $i \in \mathcal{K}$, los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada, $L_i^{Ac}(t;T,x,2,a,m)$ y $L_i(t;T,x,2,a,m)$ respectivamente, tendrán todos los elementos de los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada planteados en las ecuaciones (25) y (26). El siguiente lema plantea la forma de ambos procesos.

Lema 3.16. Se tiene un contrato de Seguro de Vida Dotal, $o = 2$, con fecha de vencimiento T.

1. Sea $L_i^{Ac}(t;T,x,2,a,m)$ la pérdida acumulada hasta el tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Entonces $L_i^{Ac}(t;T,x,2,a,m)$ satisface

$$L_i^{Ac}(t;T,x,2,a,m) = SAS_i \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x,2,a,m)>T\}} \mathrm{I}_{[T,\infty]}(\mathrm{t})$$

$$+ \int_{(0,T]} \sum_{j=1, j\neq i}^{K} \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x,2,a,m)=\tau_{ij}(x,2,a,m)\}} SA_{ij}(u)\, dH^{i(1)}(u,x,2,a,m) \tag{64}$$

$$- \int_{(0,T]} (1 - H^{i(1)}(u,x,2,a,m)) dP_i(u) \tag{65}$$

donde:

- SAS_i representa el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$;
- SA_{ij} es el proceso que denota el beneficio por pasar del decremento i al decremento j, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$;
- P_i es el proceso que representa el flujo de pago de primas para el contrato de Seguro de Vida siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$.

2. Sea $L_i(t;T,x,2,a,m)$ la pérdida prospectiva acumulada hasta el tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$. Entonces, $L_i(t;T,x,2,a,m)$satisface

$$L_i(t;T,x,2,a,m) = \int_{(t,T]} \frac{dL_i^{Ac}(u;T,x,2,a,m)}{B_{l_d}(u)} \tag{66}$$

3. El valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, entonces, se calcula al tiempo $t \in [0,T]$ como

$$V_i(t;T,x,2,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{(t,T]} \frac{dL_i^{Ac}(u;T,x,2,a,m)}{B_{l_d}(u)} \middle| \mathcal{F}_t\right]$$

$$= V1_i(t;T,x,2,a,m) + V2_i(t;T,x,2,a,m) - V3_i(t;T,x,2,a,m), \tag{67}$$

donde

$$V1_i(t;T,x,2,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x,2,a,m)>T\},}}{B_{l_d}(T)} \middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{68}$$

$$V2_i(t;T,x,2,a,m) =$$

$$B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1, j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}(x,2,a,m)=\tau_{ij}(x,2,a,m)\leq T\},} SA_{ij}(\tau_{ij}(x,2,a,m))}{B_{l_d}(\tau_{ij})} \middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{69}$$

$$V3_i(t;T,x,2,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1 - H^{i(1)}(x,2,a,m)(s)}{B_{l_d}(s)} dP_i(s) \middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{70}$$

En las subsecciones III.5.3, III.5.4 y III.5.5 se encontraron resultados para los valores $V1_i(t;T,x,2,a,m)$, $V2_i(t;T,x,2,a,m)$ y, $V3_i(t;T,x,2,a,m)$ respectivamente, bajo diferentes supuestos. En este sentido, el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada $V_i(t;T,x,2,a,m)$ tomará diferentes expresiones dependiendo las diferentes combinaciones de supuestos que están detrás de cada uno de los valores actuariales $V1_i(t;T,x,2,a,m)$, $V2_i(t;T,x,2,a,m)$ y $V3_i(t;T,x,2,a,m)$.

III.6.3. Planes Vitalicios

Los planes Vitalicios son como los planes Temporales, en cuanto al pago de beneficios, lo que los hace diferentes de los Temporales es que la temporalidad del plan no se conoce con certeza, ya que la temporalidad será el periodo de tiempo hasta el momento de la muerte del asegurado, el cual es un momento incierto. En teoría, la temporalidad para los planes vitalicios es un periodo de tiempo de la forma $[0,\infty)$, i.e. la fecha de vencimiento sería $T=\infty$. Para fines prácticos, se toma a T como $T=t_{vig}+(w+x_{t_{vig}})$, donde t_{vig} es la fecha de inicio de vigencia de la póliza o del certificado, w en este caso representa, la última edad de la tabla de mortalidad y $x_{t_{vig}}$ es la edad del asegurado a la fecha de inicio de vigencia de la póliza.

En este sentido, para los planes Vitalicios, $o=3$, y para $i\in\mathcal{K}$, los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada, $L_i^{Ac}(t;T,x,3,a,m)$ y $L_i(t;T,x,3,a,m)$ respectivamente, no tendrán todos los elementos de los procesos de la pérdida acumulada y de la pérdida prospectiva acumulada planteados en las ecuaciones (25) y (26). El Lema 3.15 plantea también la forma de la pérdida prospectiva acumulada debido a que la única diferencia entre los planes Temporales y Vitalicios es que $T=\infty$.

III.6.4. Valor del Pasivo Técnico $P_{VLP,k}$.

Se recuerda por la ecuación (2) que la variable aleatoria de pérdida $L_{VLP,k}$ ocasionada por el asegurado y/o certificado $k\in\{1,\dots,n_A\}$ en el periodo $(0,1)$ se calcula como

$$L_{VLP,k}=P_{VLP,k}(1)+G_{VLP,k}(0,1)-P_{VLP,k}(0).$$

En esta subsección, se hace énfasis en la variable aleatoria $P_{VLP,k}(1)$ la cual representa el valor al tiempo de proyección, $t=1$, del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, traído a valor presente, sin considerar el margen de riesgo. En particular, se toma en cuenta únicamente a las variables aleatorias $P_{VLP,k}(1)$ correspondientes a las pólizas o certificados $k\in\{1,\dots,n_A\}$, cuyos planes son Temporales, Dotales o Vitalicios, i.e. $o=1,2,3$.

Para estos tipos de planes, $0=1,2,3$, la variable aleatoria $P_{VLP,k}(1)$ está dada por

$$P_{VLP,k}(1)=\frac{V_i(1;T,x,o,a,m)}{B_{l_d}(1)} \tag{71}$$

si la póliza o certificado está en el decremento $i\in\mathcal{K}$ al momento $t=1$.

El valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i\in\mathcal{K}$, está de acuerdo a lo planteado en las subsecciones III.6.1, III.6.2 y III.6.3, dependiendo si el plan es Temporal, Dotal o Vitalicio respectivamente.

III.6.5. Valor Presente Total de las Reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$.

En esta subsección, se hace énfasis en la variable aleatoria $G_{VLP,k}(0,1)$, el valor presente total de las reclamaciones de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$. En particular, se toma en cuenta únicamente a las variables aleatorias $G_{VLP,k}(0,1)$ correspondientes a las pólizas o certificados $k\in\{1,\dots,n_A\}$, cuyos planes son Temporales, Dotales o Vitalicios, i.e. $o=1,2,3$.

Lema 3.17. Para estos tipos de planes, $o=1,2,3$, y si la póliza o certificado está en el decremento $i\in\mathcal{K}$ al momento $t=0$, entonces la variable aleatoria $G_{VLP,k}(0,1)$ está dada por

$$G_{VLP,k}(0,1)=SAS_i\mathrm{I}_{\{0<T<\tau_{i(1)}<1\}}+\sum_{j\in\mathcal{K},j\neq i}\mathrm{I}_{\{0<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\leq 1\}}SA_{ij}(\tau_{ij})-Pr_i(k), \tag{72}$$

donde:

- SAS_i representa el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$;
- SA_{ij} es el proceso que denota el beneficio por pasar del decremento i al decremento j, $i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$;
- Pr_i es el proceso que representa el flujo de pago de primas para el contrato de Seguro de Vida siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, y siempre que el periodo de pago de prima no haya vencido.

III.7. Valuación para los Planes de Renta Pensión Privada.

En esta subsección, se hará énfasis en las particularidades para la valuación de un Seguro de Vida cuyo plan es Renta Pensión Privada. Los planes de Renta Pensión Privada son similares a los planes Dotales, en el sentido de que en ambos existen beneficios por permanencia (supervivencia). Cuando el pago del beneficio de permanencia (supervivencia), se hace en una sola exhibición, una fecha pactada si el asegurado permanece en el decremento pactado, entonces el plan de Renta Pensión privada es exactamente igual a un plan Dotal, ver Subsección III.6.2.

En este sentido, los planes de Rentas Pensiones Privadas, $o = 4$, se caracterizan en esta subsección por dar un beneficio por permanencia (supervivencia) en algún decremento $i \in \mathcal{K}$, el cual es del tipo de renta si:

1. el asegurado y/o certificado permanece en el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$al alcanzar la temporalidad del plan, o

2. el asegurado y/o certificado cambia del decremento inicial i a otro decremento $j, i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, siempre y cuando el beneficio SA_{ij} sea de la forma de una renta y siempre que este salto de decremento se dé durante la temporalidad del plan.

Observación 3.9. En esta subsección, se utilizará explícitamente el uso del parámetro de edad $x \in X$ en cualquier objeto a emplear. Los parámetros $o \in O$ del plan y $a \in A$ de la antigüedad seguirán siendo suprimidos. Por ejemplo, en este sentido, para x, m y a se tiene:

- $\{\pi_{ij}(x)\}_{i,j\in\mathcal{K},i\neq j} \equiv \{\pi_{ij}(x,o,a,m)\}_{i,j\in\mathcal{K},i\neq j}$ $i.e.$ $\pi_{ij}(x) \equiv \pi_{ij}(x,o,a,m)$;
- $H^{ij}(t;x) \equiv H^{ij}(t;x,o,a,m)$, i.e. $H^{ij}(t;x) \coloneqq \mathrm{I}_{\{\pi_{ij}(x)\leq t\}}$, y
- $\{\mu_{ij}(t;x)\}_{t\geq 0} \equiv \{\pi_{ij}(x,o,a,m)_{t\geq 0}\}$ para $i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$.

Antes de continuar con el problema de valuación, es necesario primero obtener ciertos resultados y definiciones que serán útiles en lo subsecuente.

III.7.1. Procesos de Probabilidades Marginales de Supervivencia.

Lema 3.18. Sea $\{\pi_{ij}(x)\}_{i,j\in\mathcal{K},i\neq j}$, $x \in X$, una familia de tiempos de espera para el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$. Entonces, para cualquier $0 \leq t \leq T$,

$$\mathbb{P}_{\mathbb{M}}[\pi_{ij}(x) > T | I_t \vee \mathcal{H}_t] = \mathrm{I}_{\{\pi_{ij}(x)>t\}} \mathbb{E}^{\mathbb{P}_{\mathbb{M}}}\left[\exp\left\{-\int_t^T \mu_{ij}(u;x)\,du\right\}\middle| I_t\right] \qquad (73)$$

Corolario 3.18.1. En particular, si consideramos la filtración $\mathbb{I}$ y el evento $\{\pi_{ij} > t\}$, se obtiene del lema anterior que

$$\mathbb{P}_{\mathbb{M}}[\pi_{ij}(x) > T | I_t, \{\pi_{ij} > t\}] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}_{\mathbb{M}}}\left[\exp\left\{-\int_t^T \mu_{ij}(u;x)\,du\right\}\middle| I_t\right] \qquad (74)$$

Por lo tanto, se define lo siguiente.

Definición 3.9. Para $0 \leq t \leq T$ y para $x \in X$ se definen el proceso estocástico $\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t,T)_{0\leq t\leq T}\}$ como

$$ {}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t,T) := \mathbb{E}^{\mathbb{P}_M}\left[\exp\left\{-\int_t^T \mu_{ij}(u;x)\,du\right\}\middle| I_t\right]. \qquad (75)$$

que representa la probabilidad de que un individuo de edad x (al tiempo 0) no salte al decremento $j \in \mathcal{K}$ hasta el tiempo T, dado que se está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ en el tiempo t.

III.7.2. Flujo de Rentas Acumuladas.

Como se mencionó, los Seguros de Vida cuyo plan es Renta o Pensión Privada se caracterizan por dar un beneficio en forma de renta ya sea hasta que el asegurado se muera o hasta lo que ocurra primero: la muerte del asegurado o hasta un vencimiento pactado. En el caso de Renta o Pensión Privada, el decremento final $j \in \mathcal{K}$ siempre representará muerte, en cambio el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$ puede representar: estar vivo, estar inválido o estar incapacitado.

Definición 3.10. En general, para un contrato de Renta o Pensión Privada con fecha de vencimiento del pago de rentas T^*, $0 \leq T \leq t \leq T^*$, donde T^*puede tomar el valor infinito, el flujo de rentas acumulado hasta el tiempo $t \in [0,T^*]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, denotado por el proceso $F^{Ac}_{ij}(\cdot;T^*,x) = \{F^{Ac}_{ij}(t;T^*,x)\}_{0\leq t\leq T^*}$, está dado por

$$ \begin{aligned} F^{Ac}_{ij}(t;T,x) &= \int_{(0,t]} \left(1 - H^{ij}(u;x)\right) dR_{ij}\,(u) \\ &= \int_{(0,t]} \mathrm{I}_{\{\pi_{ij}(x)>u\}} dR_{ij}\,(u). \end{aligned} \qquad (76)$$

Donde R_{ij} es el proceso que representa el flujo de pago de rentas para el contrato de Rentas siempre que no exista un salto del decremento i al decremento j, con $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$.

Definición 3.11. El flujo de rentas prospectivo acumulado en el periodo (T,T^*) deflactado al tiempo $T \in [0,T^*]$, dado que se está en el decremento i al tiempo T, $i \in \mathcal{K}$, denotado por el proceso $F_{ij}(\cdot;T^*) = \{F_{ij}(t;T^*)\}_{T\leq t\leq T^*}$, está dado por

$$ F_{ij}(t;T^*,x) := \int_{(T,T^*]} \frac{dF^{Ac}_{ij}(u;T^*,x)}{B_{l_d}(u)} \qquad (77)$$

Teorema 3.5. El valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, se calcula entonces al tiempo $T \in [0,T^*]$, como

$$ a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*) = B_{l_d}(T)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{(T,T^*]} \frac{dF^{Ac}_{ij}(u;T^*,x)}{B_{l_d}(u)}\middle| \mathcal{F}_t\right] \qquad (78)$$

Observación 3.10. Se puede notar que el proceso del lujo de rentas prospectivo acumulado $F_{ij}(t;T^*,x)$ es similar al proceso de pago de primas prospectivo acumulado definido anteriormente. En este sentido, se pueden utilizar todos los resultados desarrollados de valuación del valor presente actuarial del pago de primas para valuar el proceso del valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado $a^{ij}_{x:T^*}(\cdot;T^*)$.

El siguiente teorema describe un resultado general para la valuación del valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, $a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*)$.

Teorema 3.6. $F_{ij}(T;T^*,x)$ el proceso del flujo de rentas prospectivo acumulado en el periodo (T,T^*) deflactado al tiempo $T \in [0,T^*]$, dado que se está en el decremento i, $i,j \in \mathcal{K}$. Si $R_{ij} = \{R_{ij}(t)\}_{T\leq t\leq T^*}$, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, es una familia de procesos estocásticos acotados, $\mathbb{G}\vee\mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, de la forma

$$R_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{m-1} Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)\mathrm{I}_{\left\{k+\frac{l}{m}\leq t\right\}},$$

donde $m \in \mathbb{N}$ es el número de rentas pagaderas entre el periodo [k, k + 1), y para $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, $Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)$, es un proceso estocástico acotado, $\mathbb{G}\vee\mathbb{I}$-previsibles y de variación finita, el cual representa la renta pagada en el periodo $[k+\frac{l}{m}, k+\frac{l+1}{m})$ con $k \in \mathbb{N}$, $l = \{1,\ldots,m-1\}$. Entonces, para cualquier $0 \leq T \leq T^*$, el valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*) = \sum_{k=\lceil T-1\rceil+1}^{T^*-1}\sum_{l=0}^{m-1}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)\exp\left\{-\int_T^{k+\frac{l}{m}}\left(r_{l_d}(u)+\mu_{ij}(u)\right)du\right\}\middle|\,\mathcal{G}_t\vee\mathrm{I}_t\right] \qquad (79)$$

El siguiente resultado es un corolario, el cual da la valuación del valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, cuando el proceso que representa el flujo de pago de rentas sea constante o sea una función determinista.

Corolario 3.6.1. Sea $F_{ij}(T;T^*,x)$ el proceso del flujo de rentas prospectivo acumulado en el periodo (T,T^*) deflactado al tiempo $T \in [0,T^*]$, , dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$.

1. Si R_{ij}, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, es constante y de la forma

$$R_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{m-1} Ren_{ij}\,\mathrm{I}_{\left\{k+\frac{l}{m}\leq t\right\}},$$

donde $m \in \mathbb{N}$ es el número de rentas pagaderas entre el periodo $[k, k+1)$, y para $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$ $Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)$ es una constante positiva, la cual representa la renta pagada en el periodo $[k+\frac{l}{m}, k+\frac{l+1}{m})$, con $k \in \mathbb{N}$, $l = \{1,\ldots,m-1\}$. Entonces, para cualquier $0 \leq T \leq T^*$, el valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*) = Ren_{ij}\sum_{k=\lceil T-1\rceil+1}^{T^*-1}\sum_{l=0}^{m-1} P\left(T,k+\frac{l}{m}\right)\,{}_{k+\frac{l}{m}-T}P^{ij}_{x+T}\left(T,k+\frac{l}{m}\right). \qquad (80)$$

2. Si $\{R_{ij}(t)\}_{T\leq t\leq T^*}$, $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$,, es una familia de funciones deterministas, de la forma

$$R_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{m-1} Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)\mathrm{I}_{\left\{k+\frac{l}{m}\leq t\right\}},$$

donde $m \in \mathbb{N}$ es el número de pago de rentas entre el periodo $[k, k+1)$, y para $i,j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$ $Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)$ es una función determinista, la cual representa la renta pagada en el periodo $[k+\frac{l}{m}, k+\frac{l+1}{m})$. Entonces, para cualquier $0 \leq T \leq T^*$, el valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, satisface

$$a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*) = \sum_{k=\lceil T-1\rceil+1}^{T^*-1}\sum_{l=0}^{m-1} Ren_{ij}\left(k+\frac{l}{m}\right)P\left(T,k+\frac{l}{m}\right)\,{}_{k+\frac{l}{m}-T}P^{ij}_{x+T}\left(T,k+\frac{l}{m}\right).$$

III.7.3. Valor Presente Actuarial de la Pérdida Prospectiva Acumulada.

En esta subsección, se busca encontrar el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, $V_i(t;T,x,4,a,m)$. Con el fin de lograr este objetivo, es necesario encontrar $L_i(t;T)$, el proceso de la pérdida prospectiva acumulada en el periodo $(t;\ T]$ deflactada al tiempo $t \in [0,T]$, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$.

$L_i(t;T)$ depende de:

1. si el asegurado y/o certificado permanece en el decremento inicial $i \in \mathcal{K}$ al alcanzar la temporalidad del plan, o

2. si el asegurado y/o certificado cambia del decremento inicial i a otro decremento $j, i, j \in \mathcal{K}\ i \neq j$, siempre y cuando el beneficio SA_{ij} sea de la forma de una renta y siempre que este salto de decremento se dé durante la temporalidad del plan.

Lema 3.19. En ambos casos enumerados arriba, la fórmula general para encontrar el valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}, V_i(t;T,x,4,a,m)$ está dada por

$$V_i(t;T,x,4,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{(t,T]} \frac{dL_i^{Ac}(u;T,x,4,a,m)}{B_{l_d}(u)}\middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{81}$$

$$= V1_i(t;T,x,4,a,m) + V2_i(t;T,x,4,a,m) - V3_i(t;T,x,4,a,m),$$

donde:

$$V1_i(t;T,x,4,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{SAS_i \mathrm{I}_{\{\tau_{i(1)}(x,4,a,m)>T\}},}{B_{l_d}(T)}\middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{82}$$

$$V2_i(t;T,x,4,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\sum_{j=1,j\neq i}^{K} \frac{\mathrm{I}_{\{t<\tau_{i(1)}(x,4,a,m)=\tau_{ij}(x,4,a,m)\leq T\}}, SA_{ij}(\tau_{ij}(x,4,a,m))}{B_{l_d}(\tau_{ij})}\middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{83}$$

$$V3_i(t;T,x,4,a,m) = B_{l_d}(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{1-H^{i(1)}(x,4,a,m)(s)}{B_{l_d}(s)} dP_i(s)\middle| \mathcal{F}_t\right] \tag{84}$$

Para el primer caso, $L_i(t;T)$ se valúa haciendo que el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento $i \in \mathcal{K}$, SAS_i sea igual al valor presente actuarial del flujo de rentas prospectivo acumulado $a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*)$, i.e. $SAS_i = a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*)$. Se utilizan las ecuaciones (32), (33) o (39) para encontrar el valor $V1_i(t;T,x,4,a,m)$ de la ecuación (82), dependiendo de los supuestos detrás del proceso $a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*)$.

Para el segundo caso, $L_i(t;T)$ se valúa haciendo que el proceso del beneficio por pasar del decremento i al decremento $j, i, j \in \mathcal{K}\ i \neq j$, $SA_{ij}(\tau_{ij}(x))$ sea igual a $a^{ij}_{x:T^*-T}(T;T^*)$ i.e. $SA_{ij}(\tau_{ij}(x)) = a^{ij}_{x:T^*-\tau_{ij}(x)}(\tau_{ij}(x);T^*)$, $\tau_{ij}(x) \in [t,T$ y se utilizan las ecuaciones (40), (41) o (47) para encontrar el valor $V2_i(t;T,x,4,a,m)$ de la ecuación (83), dependiendo de los supuestos detrás del proceso $a^{ij}_{x:T^*-s}(s;T^*)$, $s \in [t,T]$.

III.7.4. Valor del Pasivo Técnico $P_{VLP,k}$.

La variable aleatoria de pérdida $L_{VLP,k}$ ocasionada por el asegurado y/o certificado $k \in \{1,\dots,n_A\}$ en el periodo $(0;\ 1)$ se calcula como

$$L_{VLP,k} = P_{VLP,k}(1) + G_{VLP,k}(0,1) - P_{VLP,k}(0)$$

En esta subsección, se hace énfasis en la variable aleatoria $P_{VLP,k}(1)$, la cual representa el valor al tiempo de proyección, $t = 1$, del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, traído a valor presente, sin considerar el margen de riesgo. En particular, se toma en cuenta únicamente a las variables aleatorias $P_{VLP,k}(1)$ correspondientes a las pólizas o certificados $k \in \{1,\dots,n_A\}$, cuyos planes son Rentas o Pensiones Privadas, i.e. $o = 4$.

La variable aleatoria $P_{VLP,k}(1)$ está dada por

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{V_i(1;T,x,4,a,m)}{B_{l_d}(1)} \quad (85)$$

si la póliza o certificado está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ al momento $t = 1$. El valor presente actuarial de la pérdida prospectiva acumulada, dado que se está en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, está de acuerdo a lo planteado en la Subsección III.7.3.

III.7.5. Valor Presente Total de las Reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$

En esta subsección, se hace énfasis en la variable aleatoria $G_{VLP,k}(0,1)$, el valor presente total de las reclamaciones de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$. En particular, se toma en cuenta únicamente a las variables aleatorias $G_{VLP,k}(0,1)$ correspondientes a las pólizas o certificados k, $k \in \{1,\dots,n_A\}$, cuyos planes son Rentas o Pensiones Privadas, i.e. $o = 4$.

Lema 3.20. Si la póliza o certificado está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ al momento $t = 0$ y si $o = 4$, entonces la variable aleatoria $G_{VLP,k}(0,1)$ está dada por

$$G_{VLP,k}(0,1) = SAS_i \mathrm{I}_{\{0<T<\tau_{i(1)}<1\}} + \sum_{j\in\mathcal{K}, j\neq i} \mathrm{I}_{\{0<\tau_{i(1)}=\tau_{ij}\leq 1\}} SA_{ij}(\tau_{ij}) - Pr_i(k) \quad (86)$$

donde:

- SAS_i representa el beneficio de permanencia (supervivencia) en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, siempre y cuando el beneficio SA_{ij} sea de la forma de una renta;
- SA_{ij} es el proceso que denota el beneficio por pasar del decremento i al decremento j, $i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, siempre y cuando el beneficio SA_{ij} sea de la forma de una renta;
- Pr_i es el proceso que representa el flujo de pago de primas para el contrato de Seguro de Vida siempre que se permanezca en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, y siempre que el periodo de pago de prima no haya vencido.

III.8. Seguros Flexibles de Inversión

En esta subsección se establece el tratamiento que se les dará a los Seguros de Vida cuyos planes son Flexibles o de Inversión, $o = 5$, con el fin de modelar la variable aleatoria de pérdida para este tipo de planes. Estos planes tienen un comportamiento un poco diferente a los otros planes de Seguro de Vida: Temporal, Vitalicio, Dotal y Renta o Pensión Privada. Las diferencias estriban en que los beneficios por migración de decremento SA_{ij}, $i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$, por ejemplo, el beneficio por muerte del asegurado, son de naturaleza de corto plazo. En este sentido, se hace referencia el Anexo 6.3.7 para su modelación. Así, los únicos riesgos que prevalecen para fines de esta nota metodológica son los riesgos financieros que afectan a los beneficios SAS_i de permanencia en algún decremento $i, i \in \mathcal{K}$, siempre y cuando estos decrementos no hagan que el contrato de seguro deje de tener validez.

Los beneficios de permanencia SAS_i están ligados a un Fondo de Inversión el cual se denotará por S_i. El valor de este fondo se modela por medio de un proceso estocástico cuya dinámica sigue un proceso Browniano Geométrico (véase Anexo 6.3.3 para los instrumentos de renta variable de tipo acciones).

Supuesto 3.14. Se supone SAS_i, el beneficio de permanencia en el decremento $i, i \in \mathcal{K}$, para un Seguro Flexible o de Inversión es de la forma

$$SAS_i = S_i, \text{ ó} \quad (87)$$

$$SAS_i = S_i \vee G_i = max\{S_i, G_i\}, \quad (88)$$

donde $S_i = \{S_i(i)\}_{t\geq 0}$ es un proceso estocástico $\mathbb{G}$-adaptado y $\mathbb{Q}_F$-integrable, el cual representa el valor de un Fondo de Inversión y $G_i: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $t \to G_i(t)$, es una función determinista del tiempo, que representa el valor del mismo Fondo de Inversión pero el cual crece a una tasa garantizada determinista.

El siguiente Lema dice cómo calcular el valor al tiempo de proyección, $t = 1$, del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, traído a valor presente, sin considerar el margen de riesgo, $P_{VLP,k}(1)$.

Lema 3.21. Sea $P_{VLP,k}(1)$ el valor al tiempo de proyección, $t = 1$, del pasivo técnico para la póliza y/o certificado k, traído a valor presente, sin considerar el margen de riesgo. Si el decremento al tiempo de proyección $t = 1$ es $i \in \mathcal{K}$ y si:

1. se cumple el Supuesto 3.14 ecuación (87), i.e. si $SAS_i = S_i$, entonces $P_{VLP,k}(1)$ satisface

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{S_i(1)}{B_{ld}(1)}; \tag{89}$$

2. se cumple el Supuesto 3.14 ecuación (88), i.e. si $SAS_i = S_i \vee G_i$, entonces $P_{VLP,k}(1)$ satisface

$$P_{VLP,k}(1) = \frac{S_i(1) \vee G_i(1)}{B_{ld}(1)}; \tag{90}$$

donde B_{ld} es el proceso de la cuenta de banco en moneda doméstica.

En el caso de los Seguros Flexibles o de Inversión, la variable aleatoria de los gastos en el intervalo $(0,1)$, $G_{VLP,k}$, la cual representa el valor presente de las reclamaciones de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$, se modela conforme al Anexo 6.3.7, debido a que los riesgos técnicos de suscripción que ocasionan estos gastos tienen una naturaleza de corto plazo.

III.9. Reaseguro.

En el desarrollo de la metodología utilizada para modelar el reaseguro en los Seguros de Vida de Largo Plazo se contemplarán todas aquellas pólizas que estén amparadas por algún contrato de reaseguro.

En esta primera parte se plantea la modelación de la calidad de las reaseguradoras basada en las calificaciones crediticias.

Se tienen las siguientes Hipótesis.

Hipótesis 1 (Calificaciones de una reaseguradora).

1. Las compañías reaseguradoras son clasificadas por una agencia calificadora, la cual les otorga una calificación dentro del conjunto $\{1,2,\dots,D\}$siendo 1 la mejor calificación y prosiguiendo de manera decreciente hasta llegar a la calificación que indica el incumplimiento (default), dada por D.

2. La agencia calificadora provee una matriz de probabilidades de transición, $P_R = \{P_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$, donde la entrada $P_{R,i,j}$ denota la probabilidad de que una compañía que en el tiempo t tiene una calificación i, tenga una calificación j en $t = 1$.

3. Sea $Q_R = \{Q_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$ la Q-matriz de intensidades generada a partir de la matriz P_R. Su construcción se realiza mediante la metodología propuesta en [JLT97].

Basado en estas hipótesis, se definen los procesos relacionados con las calificaciones de las compañías reaseguradoras. Para las propiedades de cadenas de Markov a tiempo continuo véase [Nor98] ó [Res07].

Definición 3.7. Suponiendo que se cumplen las Hipótesis 2, se considera que se tienen N_R compañías reaseguradoras numeradas, $b = 1,\dots,N_R$. Para cada compañía se define un proceso, $\pi_b = \{\pi_b(t)\}_{t\geq 0}$, que satisface las siguientes propiedades:

1. $\pi_b(0) = d_b$, donde d_b denota la calificación actual de la reaseguradora b;

2. π_b es una cadena de Markov a tiempo continuo con espacio de estados $\{1,2,\dots,D\}$ y matriz generadora Q_R;

3. Los procesos π_b $b = 1,\dots,N_R$ son independientes entre sí, e independientes de los procesos N, R y Z_m definidos en las subsecciones III.2 y III.2.1, y

4. Se denota por $\Phi_R = \{\Phi_R(t)\}_{t\geq 0} = \{e^{Q_R t}\}_{t\geq 0}$ la matriz de probabilidades de transición de las cadenas de Markov π_b.

III.9.1. Reaseguro proporcional.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro proporcional y después se incorpora al valor presente total de las reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$ de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$, subsecciones III.6.5 y III.7.5.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 2. Se considera que se tienen m_{RP} contratos de reaseguro proporcional para las indemnizaciones amparadas. Sean $\beta_1, \dots, \beta_{m_{RP}}$ las constantes de proporcionalidad de los respectivos contratos de reaseguro que cumplen:

- $0 \leq \beta_h \leq 1$, para $h = 1, \dots, m_{RP}$;
- $0 \leq \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \leq 1$, y

el contrato h está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la compañía y sea X_{RP} el monto restante después de considerar el reaseguro. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = (1-\beta)X + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h X \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(T_{RP})=D}\}} \tag{91}$$

donde $\beta = \sum_{i=1}^{m_{RP}} \beta_i$ y T_{RP} es un tiempo de valuación.

III.9.2. Reaseguro de exceso de pérdida riesgo por riesgo.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro por exceso de pérdida riesgo por riesgo y después se incorpora al valor presente total de las reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$ de la póliza y/o certificado k durante el periodo $(0,1)$, subsecciones III.6.5 y III.7.5.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 3. Se considera que se tienen m_{WC} contratos de reaseguro por exceso de pérdida. Sean $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{m_{WC}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \gamma_0 \leq \gamma_1 < \cdots < \gamma_{m_{WC}}$;
- el contrato h para $h = 1, \dots, m_{WC}$, cubre la capa $[\gamma_{h-1}, \gamma_h)$, y
- el contrato h está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la institución y sea X_{WC} el monto restante después de considerar el reaseguro por exceso de pérdida. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = min\{X, \gamma_0\} + \sum_{h=1}^{m_{WC}} max\{min\{X-\gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\} \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\}} + max\{X - \gamma_{m_{WC}}, 0\} \tag{92}$$

donde T_{WC} es un tiempo de valuación.

III.9.3. Reaseguro de exceso de pérdida por cartera.

En este apartado se trabajan los contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera sobre el valor presente total de las reclamaciones $G_{VLP,k}(0,1)$ del total de las pólizas y/o certificados agregados durante el periodo $(0,1)$, subsecciones III.6.5 y III.7.5.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 4. Se considera que se tienen m_{XL} contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera. Sean $\epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{m_{XL}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \epsilon_0 \leq \epsilon_1 < \cdots < \epsilon_{m_{XL}}$;
- el contrato h, para $h = 1, \dots, m_{XL}$, cubre la capa $[\epsilon_{h-1}, \epsilon_h)$, y
- el contrato h está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la institución y sea X_{WC} el monto restante después de considerar el reaseguro por exceso de pérdida. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = min\{X, \gamma_0\} + \sum_{h=1}^{m_{WC}} max\{min\{X - \gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\} \mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\right\}} + max\{X - \gamma_{m_{WC}}, 0\} \quad (93)$$

donde T_{WC} es un tiempo de valuación.

IV. Modelo Bayesiano de Regresión Logística para las probabilidades de permanencia.

En la Sección III se estableció que no existen saltos transiciones entre todos los decrementos. Esto se puede ver claramente en el Cuadro 2. De esta manera, no tiene sentido definir todos los procesos de intensidad $\mu_{ij}(.; x, o, a, m)$ para todas las posibles combinaciones de parejas (i, j) con $i, j \in \mathcal{K}$ e $i \neq j$. Por otra parte, los parámetros de edad $x \in X$, de plan $o \in O$, de antigüedad $a \in A$ y de moneda $m \in M$, muchas veces sólo tienen sentido dependiendo el decremento final j de μ_{ij}. Esta sección está basada en el trabajo de [MMM99].

En específico, para los decrementos finales $j \in \mathcal{K} \setminus \{8\}$, es decir para todos los decrementos excepto con los relacionados con la cancelación o caducidad voluntaria o por falta de pago, el proceso de intensidad μ_{ij} solo depende del parámetro de edad x, i.e. $\mu_{ij}(\cdot; x) \equiv \mu_{ij}(.; x, o, a, m)$ para todo plan m, toda antigüedad a toda moneda m siempre y cuando el decremento inicial i pueda saltar a j (véase Cuadro 2). Mientras que para el decremento final $j \in \{9\}$, es decir para el decremento relacionado con la cancelación o caducidad voluntaria por falta de pago, el proceso de intensidad μ_{ij} no depende del parámetro de edad x, i.e. $\mu_{ij}(.; o, a, m) \equiv \mu_{ij}(.; x, o, a, m)$ para toda edad x. Las dependencias con los parámetros de plan m, de antigüedad a y de moneda m, son de diferente naturaleza. Los parámetros o y m sólo indizan los procesos μ_{ij} con respecto estos parámetros, mientras que el parámetro de antigüedad modifica al proceso en su forma estructural.

Cabe destacar que por la Definición 3.9 ecuación (75) resulta equivalente trabajar con los procesos de intensidades μ_{ij}, como con los procesos $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t, T)_{0 \leq t \leq T}\right\}$ los cuales representan las probabilidades de que un individuo de edad x (al tiempo 0) no salte al decremento $j \in \mathcal{K}$ hasta el tiempo T, dado que se está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ en el tiempo t. En este sentido en esta sección trabajaremos con los procesos $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t, T)_{0 \leq t \leq T}\right\}$.

Tanto los parámetros de edad x como de antigüedad a tienen el mismo efecto en la forma estructural de los procesos, y los conjuntos de procesos en los cuales existe dependencia ya sea con x o con a son ajenos. En este sentido de aquí en adelante se tiene el siguiente supuesto.

Supuesto 4.1.

- Los procesos de probabilidades $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t, T)_{0 \leq t \leq T}\right\}$ se definirán sólo para los decrementos $i, j \in \mathcal{K} \setminus \{8\}, i \neq j$, en los que existen transiciones de acuerdo al Cuadro 2, sin considerar los decrementos de caducidad o cancelación debido a que estas probabilidades serán las que utilicen las propias Instituciones de Seguros.
- Adicionalmente, es de interés evaluar la evolución de los procesos $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t, T)_{0 \leq t \leq T}\right\}$ al tiempo t=1.

Si los procesos de probabilidades $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t, T)_{0 \leq t \leq T}\right\}$ fueran deterministas, entonces éstos serían las probabilidades de que un individuo de edad x (al tiempo 0) no salte al decremento $j \in \mathcal{K}$ hasta el tiempo T, dado que se está en el decremento $i \in \mathcal{K}$ en el tiempo t. Usualmente, estas probabilidades se calibran o ajustan de manera conjunta para un grupo de diferentes edades, seleccionando los tiempos t y T de tal manera que la diferencia T-t sea igual a uno. En este sentido, lo común es tomar el complemento de estás probabilidades y calibrar una tabla de decrementos múltiples, donde si se tiene que t es la evolución del tiempo, y para cada t fija se selecciona T de manera que la diferencia T-t sea igual a uno, entonces lo que se obtiene es la dinámica de cómo evoluciona la tabla de decrementos múltiples a través del tiempo. Ahora bien bajo el supuesto 4.1, necesitamos conocer la evolución de la tabla de decrementos múltiples como proceso estocástico para el tiempo t=1.

IV.1. El modelo

Dado lo anterior, se busca un modelo que proyecte una tabla de decrementos múltiples en un horizonte de un año, es decir en t=1. Adicionalmente, si el modelo que se busca seleccionar es un modelo estadístico que proporcione además una forma para modelar la tendencia, una cuantificación de la magnitud de la variabilidad asociada a los datos de las posibles desviaciones que pueden presentarse en el decremento, entonces este modelo ofrecería ventajas metodológicas claras.

Los métodos estadísticos bayesianos se desarrollan a partir de un conjunto de fundamentos teóricos sólidos y coherentes que resultan particularmente adecuados para la inferencia estadística y la toma de decisiones bajo incertidumbre. Estos métodos son especialmente útiles cuando se adopta un enfoque predictivo, como es el caso de la elaboración de tablas de decrementos múltiples.

En otras palabras, como se trabajará con el complemento de los procesos de probabilidades $\left\{{}_{T-t}P^{ij}_{x+t}(t,T)_{0\leq t\leq T}\right\}$ evaluados al tiempo t=1 y seleccionando a T=2, de manera que T-t=1, es decir se trabajará con ${}_1q^{ij}_{x+1}(1,2) = 1 - {}_1P^{ij}_{x+1}(1,2)$, entonces resulta de interés obtener una curva suave que describa la tendencia creciente de los procesos ${}_1q^{ij}_{x+1}(1,2)$ conforme aumenta la edad x. De esta manera, desde un enfoque bayesiano, se busca obtener una distribución predictiva final conjunta para el vector de procesos ${}_1q^{ij}_{x+1}(1,2)$ (tablas predictivas) que tome en cuenta la propiedad básica del decremento, de acuerdo con la cual "a mayor edad, mayor probabilidad de salida".

En este sentido, para la construcción de las tablas de decrementos, se utiliza una técnica conocida como Análisis Bayesiano de Modelos de Regresión Logística. Esta metodología utiliza los modelos de regresión desde una perspectiva bayesiana, los cuales son una herramienta estadística de uso frecuente tanto para la obtención de pronósticos, como para estudios de análisis estructural.

Sin perder generalidad y para simplificación de notación siempre que no cause confusión, fijaremos a los decrementos $i,j \in \mathcal{K}\setminus\{8\}, i \neq j$ y los omitiremos de la notación. Los requerimientos de la metodología que se expondrá en esta sección, considera como insumos de información a la población que estuvo expuesta al riesgo (l_x), y por otro lado el segmento de esta población que sufrió la eventualidad (decremento) d_x en general. Esta información se clasifica por año y edad a fin de tener suficientes observaciones de los fenómenos bajo estudio, lo cual permitirá calcular las tasas brutas de decremento observadas $(\widehat{q_x})$ a partir de la siguiente fórmula:

$$\widehat{\mathrm{q_x}} = \frac{\mathrm{d_x}}{\mathrm{l_x}}.$$

Dado que las tasas de decrementos, si bien guardan una relación esperada creciente respecto a la edad, no exhiben una tendencia lineal y por otro lado, dado que la distribución Normal tiene como soporte toda la recta real, mientras que las tasas se encuentran en el intervalo (0,1), es necesario aplicar una transformación a las tasas para poder tener un ajuste de regresión razonable. En este caso, se optó por utilizar una transformación logística de las tasas observadas con el propósito de enfrentar ambas limitantes. Así, la variable de respuesta resultante quedó definida por la siguiente expresión:

$$\mathrm{Y_x} = \ln\left(\frac{\widehat{\mathrm{q_x}}}{1-\widehat{\mathrm{q_x}}}\right).$$

Con los datos transformados, se ajusta un Modelo de Regresión Lineal Bayesiano de la forma:

$$\mathrm{Y_x} = \beta_0 + \beta_1 x^k + \varepsilon$$

Cuya solución consiste en determinar la distribución predictiva conjunta para el vector Y dado el vector de edades X. A partir de esa distribución, es posible determinar la función predictiva para las probabilidades de decrementos mediante la transformación:

$$\widehat{\mathrm{q_x}} = \frac{\exp(\mathrm{Y_x})}{1+\exp(\mathrm{Y_x})}.$$

El análisis bayesiano, requiere de la asignación de distribuciones iniciales, o "a priori", para los parámetros desconocidos. Se utilizan distribuciones de referencia con la intención de fundamentar las inferencias en la información provista por los datos. Si X representa la información aportada por los datos, $\hat{\beta} = \left(\widehat{\beta_0}, \widehat{\beta_1}\right)^t$ y $\hat{\tau} = 1/\widehat{\sigma^2}$ representan los estimadores de máxima verosimilitud de $\beta = (\beta_0, \beta_1)^t$ y τ respectivamente, y Y^* el vector asociado a la matriz X^* sobre el cual se quieren realizar pronósticos, obteniendo las distribuciones que se presentan en el siguiente cuadro.

Cuadro 3: Distribuciones

Función	*Expresión*	*Modelo*
Verosimilitud	$P(Y\|\beta,\tau)$	$Normal(X\beta,\tau I)$
Inicial para (β,τ)	$P(\beta,\tau)=P(\beta\|\tau)P(\tau)$	$P(\beta,\tau)\propto\tau^2$
Final para (β,τ)	$P(\beta,\tau\|X)=P(\beta\|\tau,X)P(\tau\|X)$	$Normal\left(\hat{\beta},\tau(X^tX)\right)Gamma(a,b)$
Predictiva conjunta final para Y^*	$P(Y^*\|X^*,X)$	*Student Multivariada con* $E(Y^*\|X^*,X)=X^*\hat{\beta}$ *y,* $Var(Y^*\|X^*,X)=\hat{\tau}^{-1}(X^*(X^tX)^{-1}X^{*t}+I)$ *y* $N-k$ *grados de libertad*

Un resultado conocido establece que una variable aleatoria *t* de Student, converge en distribución, a una Normal si el número de grados de libertad tiende a infinito. Si los *N-k* grados de libertad de la distribución Student se considera suficientemente grande, entonces se puede aproximar razonablemente bien con una distribución Normal.

Por lo tanto, el resultado del ajuste bayesiano se puede representar con la distribución predictiva aproximada:

$$P(Y^*|X^*,X)=N\left(X^*\widehat{\beta},\hat{\tau}^{-1}\{X^*(X^tX)^{-1}X^{*t}+I\}\right).$$

Ahora bien, la transformación inversa que se aplica para regresar a la escala de las probabilidades de decremento observadas preserva la mediana y en general cualquier percentil. Es decir, el percentil de nivel α de la distribución predictiva para las probabilidades observadas, se obtiene de manera directa al transformar el correspondiente percentil de la distribución $P(Y^*|X^*,X)$.

IV.2. Optimización del modelo.

A fin de obtener el mejor modelo, es decir, que la esperanza de la distribución predictiva esté próxima al valor observado del total de salidas por el decremento en cuestión en la población, se plantea la necesidad de buscar un valor k_i que explique mejor (en forma lineal) al vector Y. Así, el valor del parámetro k_i es el que da la solución óptima a la siguiente ecuación:

$$\mathrm{Y_x}=\beta_0+\beta_1x^{k_i}+\varepsilon$$

Se utilizó un método de optimización lineal conocido como gradiente reducido generalizado, de tal manera que si k_i es una aproximación a la solución de la ecuación antes mencionada, entonces la sucesión k_{i+1} aproxima a la solución óptima del modelo, tal que el error de la regresión sea próximo a cero al maximizar la correlación entre el resultado de la regresión y el conjunto de datos que se pretende modelar.

IV.3. Simulación.

Como se mencionó anteriormente, la distribución predictiva conjunta de Y^* se puede aproximar satisfactoriamente con una distribución normal multivariada tal que

$$E(Y^*|X^*,X)=X^*\widehat{\beta},$$
$$Var(Y^*|X^*,X)=\hat{\tau}^{-1}\{X^*(X^tX)^{-1}X^{*t}+I\},$$

donde X^* incluye las edades sobre las cuales se quiere pronosticar, $\hat{\beta}=(\widehat{\beta_0},\widehat{\beta_1})^t$ es el vector de parámetros del modelo, $\hat{\tau}$ es el parámetro de escala de la función de verosimilitud de Y y X es la matriz de datos del modelo.

Con el fin de contar con una muestra de la distribución predictiva de las probabilidades de decremento ${}_1q_{x+1}(1,2)$, se simulan observaciones del vector Y^* a partir del modelo ajustado y se utiliza la transformación inversa aplicada a cada entrada del vector, es decir

$$ {}_1q_{x+1}(1,2) = \frac{\exp(Y^*_{x+1})}{1+\exp(Y^*_{x+1})}. $$

De esta manera, cada simulación representa un posible escenario de probabilidades de decrementos a proyectar al tiempo t=1.

V. Referencias

[Am01] Yaser S. Abu-mostafa. Financial model calibration using consistency hints. IEEE Trans. on Neural Networks, 12, 2001.

[BBRZ08] Daniel Bauer, Matthias Börger, Jochen Rub, and Hans-Joachim Zwiesler. The volatility of mortality. Asia-Pacific Journal of Risk and Insurance, 3(1):10, 2008.

[Bjö98] T. Björk. Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford scholarship online. Oxford University Press, 1998.

[BJR09] T.R. Bielecki, M. Jeanblanc, and M. Rutkowski. Credit risk modeling. Number 2. Osaka University Press, 2009.

[BM01] D. Brigo and F. Mercurio. Interest Rate Models - Theory and Practice. Springer Finance. Springer, 2001.

[BR02] T.R. Bielecki and M. Rutkowski. Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging. Springer Finance. Springer, 2002.

[CBDPIL06] A.J.G. Cairns, D. Blake, K. Dowd, and England, Pensions Institute London. Pricing Death: Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk. Discussion paper. Pension Institute, City University, 2006.

[Dah04] Mikkel Dahl. Stochastic mortality in life insurance: market reserves and mortality-linked insurance contracts. Insurance: Mathematics and Economics, 35(1):113-136, 2004.

[DM06] Mikkel Dahl and Thomas Moller. Valuation and hedging of life insurance liabilities with systematic mortality risk. Insurance: Mathematics and Economics, 39(2):193-217, 2006.

[DS12] D. Du_e and K.J. Singleton. Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management. Princeton Series in Finance. Princeton University Press, 2012.

[Gla04] P. Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Applications of Mathematics Series. Springer, 2004.

[JLT97] Robert A. Jarrow, David Lando, and Stuart M. Turnbull. A markov model for the term structure of credit risk spreads. Review of Financial Studies, 10:481-523, 1997.

[Lan09] D. Lando. Credit Risk Modeling: Theory and Applications. Princeton Series in Finance. Princeton University Press, 2009.

[MMM99] Mendoza Manuel, Madrigal Ana María, Martínez Evangelina. Modelos Estadísticos de Mortalidad Análisis de Datos 1991-1998. (Serie Documentos de Trabajo). Documento de Trabajo No. 77, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, México, 1999.

[MR05] M. Musiela and M. Rutkowski. Martingale methods in financial modelling. Stochastic modelling and applied probability. Springer Berlin Heidelberg, 2005.

[MS07] T. M_ller and M. Ste_ensen. Market-Valuation Methods in Life and Pension Insurance. International Series on Actuarial Science. Cambridge University Press, 2007.

[Sch06] David F. Schrager. Affine stochastic mortality. Insurance: Mathematics and Economics, 38(1):81-97, 2006.

[Shr04] S.E. Shreve. Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models. Number v. 11 in Springer Finance. Springer, 2004.

ANEXO 6.3.9.

MODELO Y BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VARIABLE DE PÉRDIDAS DE LOS SEGUROS DE DAÑOS EN LOS RAMOS DE RESPONSABILIDAD CIVIL Y RIESGOS PROFESIONALES, MARÍTIMO Y TRANSPORTES, INCENDIO, AUTOMÓVILES, CRÉDITO, CAUCIÓN Y DIVERSOS, Y DE LOS SEGUROS DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, PARA EFECTOS DEL CÁLCULO DEL RCS CONFORME A LA FÓRMULA GENERAL.

Para efectos de lo establecido en los Capítulos 6.2 y 6.3 de las presentes Disposiciones, en particular, respecto a lo referido en las Disposiciones 6.3.2 y 6.3.9 a 6.3.16, las instituciones de seguros deberán calcular las variables aleatorias de pérdida de los pasivos técnicos correspondiente a los Seguros de Daños y Accidentes y Enfermedades, (en adelante, "Seguros de No-Vida"), $L_{P,D,Rm}$ y $L_{P,AyE,Rm}$, (en adelante, $L_{P,NV,Rm}$). La $L_{P,NV,Rm}$ constituye uno de los elementos para el cálculo del Requerimiento de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros, RC_{TyFS}, de la fórmula general a que se refiere el artículo 236 de la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas para el cálculo del RCS. La variable de pérdida $L_{P,NV,Rm}$ se calculará conforme a la metodología e información que se detalla en el presente anexo.

I. Introducción.

La variable aleatoria de pérdida de los Seguros de No-Vida $L_{P,NV,Rm}$ para cada uno de los ramos de seguro se calculará como:

$$L_{P,NV,Rm} = \sum_{r \in CC_{Rm}} L_{NV,Rm,r}$$

donde:

Cuadro 1: Subíndices por ramo o tipo de seguro.

Índice *NV, R_m*	Ramo o Tipo de Seguro	Disposición
D, RC	Responsabilidad civil y riesgos profesionales.	6.3.9
D, MyT	Marítimo y Transporte.	6.3.10
D, I	Incendio.	6.3.11
D, A	Automóviles.	6.3.12
D, C	Crédito.	6.3.13
D, CA	Caución.	6.3.14
D, D	Diversos.	6.3.15
AyE, AP	Accidentes Personales.	6.3.16
AyE, GM	Gastos Médicos.	6.3.16
AyE, H	Salud.	6.3.16

- NV y R_m se definen conforme al cuadro 1:
- CC_{Rm} es el catálogo formado por las coberturas, tipos de seguro, o subclasificaciones que se determinen para cada ramo de operación (en adelante, "protecciones"), definidas para cada ramo de seguro NV, R_m, y
- $L_{NV,Rm,r}$ es la pérdida generada por la cartera correspondiente a la protección *r* en el periodo $(0,1)$.

La pérdida $L_{NV,Rm,r}$ se calculará de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$L_{NV,Rm,r} = P_{NV,Rm,r}(1) + G_{NV,Rm,r}(0,1) - P_{NV,Rm,r}(0)$$

donde:

- $P_{NV,Rm,r}(0)$ es el valor del pasivo técnico a retención al tiempo 0 para la protección *r*.
- $G_{NV,Rm,r}(0,1)$ es el valor total a retención de las reclamaciones provenientes de la protección *r* durante el periodo (0, 1). Se determinará conforme a las metodologías propuestas en la sección III.
- $P_{NV,Rm,r}(1)$ es el valor presente del pasivo técnico a retención al tiempo 1 para la protección *r*. Se determinará conforme a las metodologías propuestas en la sección III.

II. Resumen de los principales resultados para el cálculo de $L_{NV,Rm,r}$.

En esta sección se resumen los principales resultados para el cálculo de la variable aleatoria $L_{NV,Rm,r}$ derivados de las metodologías que se describirán a detalle en la secciones III del presente documento y V de [NMNV].

Las siguientes igualdades se cumplen para cada protección r.

a) Gasto en $[0,1)$. Se calculará utilizando la siguiente expresión basada en el resultado de la Proposición 3.5 de la Subsección III.2:

$$G_{NV,Rm,r}(0,1) = Z_m(\delta) \sum_{n=1}^{K_{r,0}} pm_{r,0} X_{r,n} \qquad (1)$$

donde:

- m representa la moneda en la cual está expresada la obligación de la protección r;
- δ es la fracción del año donde se pagan los siniestros ocurridos;
- $Z_m(\delta)$ representa el tipo de cambio entre la moneda m y la moneda doméstica (pesos) al tiempo δ;
- $K_{r,0}$ es una variable aleatoria Poisson con parámetro aleatorio que representa el número de pagos que la institución realizará para la protección r, en el periodo $[0,1)$, y
- $X_{r,n}$ es una variable aleatoria que representa el n-ésimo monto pagado para la protección r en el periodo $[0,1)$ expresado en moneda m.

En caso de existir contratos de reaseguro que amparen el total de la protección r, se utilizarán los resultados de las proposiciones 3.6, 3.7 y 3.8 de la Subsección III.3.

b) Pasivo en 1. Se calculará mediante la siguiente expresión desarrollada en el Corolario 3.1.1 de la Subsección III.2

$$P_{NV,Rm,r}(1) = \sum_{k=1}^{a_r} \left(\eta_r \kappa_{r,k,k} \frac{pm_{r,0} \bar{\mu}_r}{z_{m,0}} \right) \tilde{P}_m^{Z_m}(1, k+\delta)$$

donde:

- a_r es el número de años máximo posible para que se extinga la obligación de la protección r;
- $pm_{r,0}$ es la prima promedio de la institución para la cartera de la protección r al año 0;
- m representa la moneda en la cual está expresada la obligación de la protección r;
- $z_{m,0}$ es el tipo de cambio entre la moneda m y la moneda doméstica (pesos) al tiempo 0;
- $\bar{\mu}_r$ es el valor medio de siniestralidad de la protección r para la institución, expresado en índices de siniestralidad, es decir, en pesos/prima; Se considera que la siniestralidad es una variable aleatoria;
- $\kappa_{r,k,k}$ es la frecuencia promedio de pagos de la institución para la protección r que se pagará en el año k, con $k = 0, \dots, a_r$;
- η_r es una variable aleatoria que representa la variación de la frecuencia media;
- $\tilde{P}_m^{Z_m}(t,T)$ es el precio de un bono cupón cero en moneda m, expresado en pesos calculado a valor presente, valuado al tiempo t con vencimiento al tiempo T, y
- δ es la fracción del año donde se pagan los siniestros ocurridos.

En caso de existir contratos de reaseguro que amparen el total de la protección r, se utilizarán las metodologías propuestas en la Subsección 4.5.

Por su parte, en relación a la distribución conjunta de las variables de pérdida $L_{NV,Rm,r}$, $r \in CC_{Rm}$, y la distribución conjunta de las variables de pérdida $L_{NV,Rm}$, $r \in CC_{NV}$, se tiene el siguiente resultado:

a) Distribución Conjunta dentro del ramo. Para cada ramo de seguro NV, R_m, la distribución conjunta de las variables $L_{NV,Rm,r}$, $r \in CC_{Rm}$, se calculará considerando la siguiente relación:

$$F_{L_{NV,Rm,1},\dots,L_{NV,Rm,n_{Rm}}}(x_1,\dots,x_{n_{Rm}}) = C_{NV,Rm}\left(F_{L_{NV,Rm,1}}(x_1),\dots,F_{L_{NV,Rm,n_{Rm}}}(x_{n_{Rm}})\right)$$

donde

- $F_{L_{NV,Rm,1},\dots,L_{NV,Rm,n_{Rm}}}$ es la función de distribución conjunta de $L_{NV,Rm,r}$, con $r = 1,\dots,n_{Rm}$;
- $C_{NV,Rm}$ es una cópula multidimensional; cuyo cálculo se detalla en la sección V de [NMNV].
- $F_{L_{NV,Rm,r}}$, $r = 1,\dots,n_{R_m}$ representan las funciones de distribución marginales generadas por las variables descritas en los incisos 1 y 2 de la presente sección, y
- n_{R_m} es el número de protecciones del ramo de seguro NV, R_m.

b) Distribución Conjunta entre ramos. De manera análoga, la distribución conjunta de las variables $L_{P,V}$ y $L_{NV,Rm}$, $Rm \in CC_{NV}$ donde CC_{NV} representa el catálogo de ramos descritos en el Cuadro 1, se calculará de acuerdo a:

$$F_{L_{NV,Rm1},\dots,L_{NV,Rm,n_{NV}},L_{P,V,}}(x_1,\dots,x_{n_{NV}},x_V) = C_{NV}\left(F_{L_{NV,Rm1}}(x_1),\dots,F_{L_{NV,Rm,n_{NV}}}(x_{n_{NV}}),F_{L_{P,V}}(x_V)\right)$$

donde

- $L_{P,V} = L_{P,VCP} + L_{P,VLP}$ representa la variable de pérdidas del ramo de Vida, formada como la suma de las variables de pérdidas de Vida de Corto Plazo y Vida de Largo Plazo de acuerdo a los Anexos 6.3.7 y 6.3.8 respectivamente;
- $F_{L_{NV,Rm1},\dots,L_{NV,Rm,n_{NV}},L_{P,V,}}$ es la función de distribución conjunta de $L_{P,V}$ y $L_{NV,Rm}$, con $RM \in CC_{NV}$;
- C_{NV} es una cópula multidimensional; cuyo cálculo se detalla en la sección V.
- $F_{L_{P,V}}$ y $F_{L_{NV,Rm}}$, $RM \in CC_{NV}$ representan las funciones de distribución marginales de cada ramo, y
- n_{NV} es el número de ramos de los Seguros de No-Vida.

II. 2. Reaseguro tomado

Para los contratos de reaseguro tomado para el ramo R_m se generarán las siguiente variables, las cuales se agregan a la variable L_{P,NV,R_m} junto con el valor del pasivo técnico correspondiente al reaseguro tomado al tiempo 0.

a) Gasto en $[0,1)$ para el reaseguro tomado. La variable $G_{NV,R_m,RT}(0,1)$ se define de acuerdo a los siguientes casos.

- Con seguro directo. Cuando existen contratos de seguro directo para el ramo R_m como:

$$G_{NV,R_m,RT}(0,1) = PND_{NV,R_m,RT}\frac{\sum_{r\in CC_{R_m}} G_{NV,R_m,RT}(0,1)}{PND_{NV,R_m,Dir}},$$

donde

- $G_{NV,R_m,RT}(0,1)$se define como en la ecuación (1) y representa el gasto en $[0,1)$ del seguro directo
- $PND_{NV,R_m,RT}$representa la prima no devengada de los contratos de reaseguro tomado del ramo R_m, y
- $PND_{NV,R_m,Dir}$representa la prima no devengada de los contratos del seguro directo del ramo R_m.

- Sin seguro directo. Cuando no existen contratos de seguro directo para el ramo R_m y se trate de instituciones autorizadas para operar el seguro directo, como:

$$G_{NV,R_m,RT}(0,1) = PND_{NV,R_m,RT}I_{R_m},$$

donde

- $PND_{NV,R_m,RT}$ representa la prima no devengada de los contratos de reaseguro tomado del ramo R_m;
- I_{R_m} es una variable aleatoria uniforme discreta sobre el conjunto $\{i_{R_m,0,j}\}_{j=1}^{n_I,R_m,0}$, y
- el conjunto $\{i_{R_m,0,j}\}_{j=1}^{n_I,R_m,0}$ está formado por los índices de siniestralidad (monto total entre prima emitida) correspondientes al año cero de retraso de los triángulos de siniestralidad del ramo R_m. Se agregan los índices de cada una de las instituciones que operan el ramo R_m para obtener la información de mercado.

b) Pasivo en 1 para el reaseguro tomado. La variable $P_{NV,R_m,RT}(1)$ se define de acuerdo a los siguientes casos.

- Con seguro directo. Cuando existen contratos de seguro directo para el ramo R_m como:

$$P_{NV,R_m,RT}(1) = \sum_{r\in CC_{R_m}} P_{NV,R_m,RT}(1) = \sum_{r\in CC_{R_m}} PEA_{NV,R_m,RT} PPE_r \sum_{k=1}^{a_r} \left(\eta_r \kappa_{r,k,k} \bar{\mu}_r\right) \tilde{P}_m^{Z_m}(1, k+\delta).$$

Donde

- $PEA_{NV,R_m,RT}$ representa la prima emitida anualizada de los contratos de reaseguro tomado del ramo R_m, y
- PPE_r representa la proporción de prima emitida de la protección r con respecto a la prima emitida en el ramo R_m para el seguro directo dada por

$$PPE_r = \frac{PE_r}{\sum_{j\in CC_{R_m}} PE_j}$$

Donde PE_j, $j \in CC_{R_m}$, representa la prima emitida en el seguro directo para la protección j.

El resto de las variables se define de acuerdo al inciso b) correspondiente al seguro directo.

- Sin seguro directo. Cuando no existen contratos de seguro directo para el ramo R_m y se trate de instituciones autorizadas para operar el seguro directo, como:

$$P_{NV,R_m,RT}(1) = PE_{NV,R_m,RT} \sum_{k=1}^{a_r} \left(\bar{I}_{R_m,k}\right) \tilde{P}_m^{Z_m}(1, k+\delta).$$

donde

- $P_{NV,R_m,RT}$ representa la prima emitida de los contratos de reaseguro tomado del ramo R_m;
- $\bar{I}_{R_m,k}$ es el valor promedio del conjunto $\{i_{R_m,k,j}\}_{j=1}^{n_I,R_m,k}$, y
- el conjunto $\{i_{R_m,k,j}\}_{j=1}^{n_I,R_m,k}$ está formado por los índices de siniestralidad (monto total entre prima emitida) correspondientes al año k de retraso de los triángulos de siniestralidad del ramo R_m. Se agregan los índices de cada una de las instituciones que operan el ramo R_m para obtener la información de mercado.

III. Modelo de valuación para los Seguros de No-Vida. Metodología Teórica.

En esta sección se desarrolla el marco teórico que se utiliza para modelar los riesgos técnicos de los Seguros de No-Vida, con el fin de calcular la variable aleatoria de pérdidas de los pasivos técnicos de dichos seguros, $L_{P,NV,Rm}$. Se definirán el número de siniestros y su severidad, así como el efecto que tengan en ellos, los contratos de reaseguro que cubran la totalidad de la cartera de cada protección.

En adelante, se considera $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad filtrado que satisface las *condiciones usuales*, donde todos los procesos son definidos.

III.1. Número de siniestros.

El número de pagos que una institución realiza a lo largo de la existencia de la obligación que tiene para cada una de las protecciones, r, se modelará mediante métodos tradicionales de triángulos y el proceso Poisson compuesto.

Para una cartera de Seguros de No-Vida de una institución formada por n_{R_m} protecciones distintas, se define para cada protección r, con $r = 1, \dots, n_{R_m}$, lo siguiente:

Definición 3.1.

- Años de pagos.

Cada siniestro puede ser pagado en los años $\{0,1, \dots, a_r\}$ relativos a su año de ocurrencia, es decir, un siniestro que ocurre en el año i puede generar pagos en los años i, $i+1, \dots, i+a_r$.

- Años de ocurrencia.

Los pagos que se efectúan en un año, provienen de siniestros ocurridos en los años $\{-a_r, -a_r+1, \dots, -1, 0\}$ relativos a su año de pago, es decir, los pagos efectuados en el año i, provienen de siniestros ocurridos en los años $i-a_r, i-a_r+1, \dots, i-1, i$.

Definición 3.2.

- Número de siniestros.
  - Sea $N_{r,c,i}$ un proceso que contiene la información del número total de pagos generados por siniestros ocurridos en el año i, con $i \in \mathbb{Z}$, para la institución c.
  - Sea $N_{r,c,i,j}$ un proceso que contiene la información del número total de siniestros que ocurrieron en el año i y que ocasionaron pagos en el año j para la institución c. La variable $i \in \mathbb{Z}$ y $j \in \{i, i+1, \dots, i+a_r\}$, o bien $j \in \mathbb{Z}$ e $i \in \{j-a_r, j-a_r+1, \dots, j-1, j\}$.

Se tiene la siguiente relación

$$N_{r,c,i} = \sum_{l=0}^{a_r} N_{r,c,i,i+l} = \sum_{j=i}^{i+a_r} N_{r,c,i,j}$$

- Número de pagos.
  - Denotamos por $K_{r,c,i}$ al proceso relacionado con el número total de pagos realizados en el año i por la institución c. Esto es,

$$K_{r,c,i} = \sum_{l=0}^{a_r} N_{r,c,i-l,i}$$

  - Sea $L_{r,c,i}$ el proceso relacionado con el número total de pagos realizados del año $i+1$ en adelante, que provienen de siniestros ocurridos hasta el año i, para la institución c. En este caso se tiene que

$$L_{r,c,i} = \sum_{k=1}^{a_r} \sum_{l=k}^{a_r} N_{r,c,i+k-l,i+k}$$

Se tienen las siguientes observaciones.

Observación 3.1. En adelante, por simplicidad de notación se eliminarán los subíndices r y c excepto en los casos que ayude a precisar algún supuesto o desarrollo.

Observación 3.2. Se mostrará más adelante que mediante ciertas manipulaciones:

- el proceso K_0 permite calcular el valor de $G_{NV,Rm_r}(0,1)$, y
- el proceso L_0 permite calcular el valor de $P_{NV,Rm_r}(1)$.

III.1.1. Distribución de los procesos.

A continuación se presenta la distribución propuesta para los procesos del número total de pagos generados por siniestros en el año i, N_i. Además, se presentan los resultados obtenidos para el resto de los procesos relacionados con el número de pagos, $N_{i,j}$, K_i y L_i.

La intensidad de la llegada de los pagos por año corresponde a una variable aleatoria que depende de:

a) El año de ocurrencia del siniestro, i;

b) El año de pago del siniestro, j;

c) La protección a la que pertenece, r, y

d) El número de asegurados de la institución, c.

Cada uno de estos procesos se modela con una Medida Aleatoria de Poisson Mixta (M.*P.R.M.* por sus siglas en inglés) (véase [Mik04], [Res07] y [NMNV]).

Definición 3.3.

1. Se supone que

$$(N_i, \eta) \sim M.P.R.M.(\mu_i)$$

donde η es una variable aleatoria positiva, $\mu_i : \mathcal{B}(\mathbb{R}) \to [0, \infty)$ es una medida de Radon dada por

$$\mu_i(\cdot) := \sum_{l=0}^{a} \lambda_{i,i+l}\, Leb_{i+l}(\cdot),$$

$\lambda_{i,i+l} \geq 0$ para todo i, l y

$$Leb_i(\cdot) := Leb(\cdot \cap I_i)$$

con

$$I_i := [i, i+1)$$

y $Leb(\cdot)$ representa la medida de Lebesgue.

2. Se supone también que $\{N_i\}_{i\in\mathbb{Z}}$ son procesos condicionalmente independientes dado η.

Observación 3.3. Como consecuencia de la definición anterior, se tiene que $N_i|\eta$ es un *P.R.M.* concentrado en el conjunto $[i, i + a)$.

La siguiente proposición, es una consecuencia inmediata de las propiedades de los *M.P.R.M.* (véase [Mik04], [Res07] y [NMNV]).

Proposición 3.1 (Distribución de $N_{i,j}$). Bajo los supuestos dados en la Definición 3.3, se tiene que los procesos $\{N_{i,i+l}\}_{i\in\mathbb{Z}, l\in\{0,\ldots,a\}}$ son condicionalmente independientes dado η y

$$(N_{i,j}, \eta) \sim M.P.R.M.(\lambda_{i,j} Leb_j)$$

Es decir, $N_{i,j}$ corresponde al proceso N_i restringido al conjunto $[i + j, i + j + 1)$.

Con esta proposición se tiene la distribución de los bloques básicos de construcción. A partir de éstos, es fácil calcular el siguiente resultado.

Proposición 3.2 (Distribución de K_i y L_i). Bajo los supuestos dados en la Definición 3.3, se tiene que

$$(K_i, \eta) \sim M.P.R.M.\left(\kappa_{i,0} Leb_i\right)$$

y

$$(L_i, \eta) \sim M.P.R.M.\left(\sum_{k=1}^{a} \kappa_{i+k,k} Leb_{i+k}\right)$$

donde

$$\kappa_{i,k} := \sum_{l=k}^{a} \lambda_{i-l,i} \qquad (2)$$

Observación 3.4. L_i es distinto de $\sum_{l=0}^{a} K_{i+l}$ ya que el segundo contiene todos los pagos futuros al tiempo i, mientras que el primero sólo contiene aquéllos generados por siniestros ocurridos hasta el año i.

Se define el siguiente proceso auxiliar.

Definición 3.4. Sea $K_{i,k}$, $k = 1, \dots, a$, el proceso definido como la restricción de L_i al conjunto I_{i+k}, es decir,

$$(K_{i,k}, \eta) \sim P.R.M.\left(\kappa_{i,k} Leb_{i+k}\right)$$

En este caso, se tiene que

$$L_i = \sum_{k=1}^{a} K_{i,k}$$

III.2. Severidad de siniestros.

En esta subsección utilizaremos la teoría de *M.P.R.M.* marcados para generar los montos erogados en cada uno de los pagos que una institución realiza a lo largo de la existencia de la obligación de los contratos para cada una de las protecciones. Para el cálculo de los montos erogados se consideran sucesiones independientes $X = \{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ de variables aleatorias independientes dado $\mathcal{F}_0$ e idénticamente distribuidas. Cada una de ellas representa el pago individual realizado por la institución para cubrir algún siniestro particular. Se tienen los siguientes supuestos:

Definición 3.5. Sea $X = \{X_n\}_{n\geq 1}$ sucesión de variables aleatorias que cumple las siguientes propiedades:

- X es independiente de todos los procesos (N_i, η), $i \in \mathbb{Z}$.
- Para toda $n \geq 1$, $X_n \sim F$, donde F es una función de distribución con soporte contenido en $(0, \infty)$.
- Los montos de reclamación, X, se encuentran en moneda m.
- Son variables aleatorias condicionalmente independientes dado $\mathcal{F}_0$.

Utilizando la teoría de *M.P.R.M.* marcados se obtiene lo siguiente.

Proposición 3.3 (Número de pagos marcado). Sea (Y_I, η) cualquiera de los procesos planteados en la proposición 3.2 o en la definición 3.4 (*K* ó *L*). Sea X como en la Definición 3.5. Se marca al proceso (Y_I, η) con la sucesión X y a dicho proceso marcado se le denota por (M_I^Y, η). Se cumple entonces que:

$$(M_I^Y, \eta) \sim M.P.R.M.(\mu_I^Y \times F_r)$$

donde μ_I^Y es la medida de Radon correspondiente al proceso Y_I.

Se define el siguiente proceso:

Definición 3.6 (Monto total pagado en el periodo $[0,t]$). Sea $S_I^Y = \{S_I^Y(t)\}_{t\geq 0}$ el proceso del monto total pagado hasta el tiempo t, generado por el proceso (M_I^Y, η). Se define como

$$S_I^Y(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} xM_I^Y(ds,dx)$$

III.2.1. Valor en moneda doméstica.

A continuación se definen los procesos de reclamación valuados en moneda doméstica (pesos). Adicionalmente, se presentan los resultados utilizados para la modelación de la variable de gastos en el periodo $(0,1)$, $G_{NV,Rm,r}(0,1)$.

Se define el siguiente proceso.

Definición 3.7 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$). Sea Z_m el proceso que denota el tipo de cambio de la moneda m a la moneda doméstica (véase Anexo 6.3.3). Se define el monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso (M_I^Y, η) en el periodo $[0,t]$, como:

$$S_I^{Y,Z_m}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} xZ_m(s)M_I^Y(ds,dx), \qquad t \geq 0\,.$$

Este proceso contempla el momento exacto en el que se da la reclamación.

A pesar de que este modelo es más realista, puede ser complicado de utilizar, por lo cual se presenta la siguiente simplificación al modelo:

Definición 3.8 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Versión simplificada). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en la cual se considera el pago de todos los siniestros. Se supone que el *M.P.R.M.* $(\mathrm{Y_I}, \eta)$, tiene soporte contenido en el conjunto $\cup_z \mathrm{I_z}$. Sea $\mathrm{G_I^{Y,Z_m}}$ el modelo simplificado del monto de las reclamaciones definido por la siguiente expresión:

$$G_I^{Y,Z_m}(t) = \sum_z Z_m(z+\delta) \int_{(I_z\cap[0,t])\times(0,\infty)} xM_I^Y(ds,dx)\,, \qquad t \geq 0$$

Observación 3.5. Para simplificar la exposición, los resultados se presentan solamente para el caso $i = 0$, que es el caso de interés para los cálculos presentados en la Sección II.

El proceso simplificado, en el caso particular de los procesos k y L puede escribirse de la siguiente manera:

Proposición 3.4. Sean k y L los procesos definidos en la Proposición 3.2 y en la Definición 3.4. Entonces se cumple que:

$$G_0^{K,Z_m}(t) = Z_m(\delta) \int_{(I_0\cap[0,t])\times(0,\infty)} xM_0^K(ds,dx) = Z_m(\delta)S_0^K(t)$$

y

$$G_0^{L,Z_m}(t) = \sum_{k=1}^{a} Z_m(z+\delta) \int_{(I_k\cap[0,t])\times(0,\infty)} xM_{0,k}^K(ds,dx) = \sum_{k=1}^{a} Z_m(z+\delta)S_{0,k}^K(t)$$

La siguiente proposición, fundamenta lo planteado en el inciso 1 de la Sección II.

Proposición 3.5. Sea k el proceso definido en la Proposición 3.2. Entonces:

$$G_0^{K,Z_m}(t) = Z_m(\delta)S_0^K(t) \overset{D}{=} Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n$$

donde Y_0 es una variable aleatoria Poisson de parámetro $\kappa_{0,0}Leb_0([0,t])\eta$ y ξ_n, $n \in \mathbb{N}$, son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_0, con distribución común F.

III.2.2. Valores del pasivo técnico.

Con el fin de calcular el valor de la variable $P_{NV,Rm,r}(1)$, a continuación se presenta un método que permite proponer valores del pasivo técnico basados en el Teorema de Riesgo Neutral y el Valor Presente Actuarial, todo esto dentro del marco del Mejor Estimador.

Se tienen las siguientes Hipótesis.

Hipótesis 1. En el mercado financiero se tiene que (véase Anexo 6.3.3):

- $B = \{B(t)\}_{t\geq 0}$es el proceso de la cuenta de banco y $Z_m = \{Z_m(t)\}_{t\geq 0}$ representa el proceso del tipo de cambio de la moneda m
- $\mathbb{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t\geq 0}$ es la filtración generada por los procesos B y Z_m.
- $\mathbb{Q}_F$es una medida martingala equivalente.

Para el mercado asegurador se define:

- Sea $\mathbb{C} = \{\mathcal{C}_t\}_{t\geq 0}$ una filtración dada por

$$\mathcal{C}_t = \sigma\big(M_i^N([0,s]);\quad 0 \leq s \leq t, i \in \mathbb{Z}\ \big)$$

- $\mathbb{P}_C$ es la medida de probabilidad objetiva relacionada con los Seguros de No-vida.

Por lo tanto, se trabaja en un espacio de probabilidad filtrado dado por $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q}, \mathbb{F})$ con

- $\mathbb{Q} = \mathbb{P}_C \times \mathbb{Q}_F$.
- $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t\geq 0}$, donde

$$\mathcal{F}_t = \mathcal{G}_t \vee \mathcal{C}_t \tag{4}$$

- Las filtraciones $\mathbb{G}$ y $\mathbb{C}$ son independientes.

El valor del pasivo técnico al tiempo t, calculado como el mejor estimador, se proponen como

$$\begin{aligned} V_0^{L,Z_m}(t) &= B(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_t^T \frac{dS_0^{L,Z_m}(s)}{B(s)}\middle|\ \mathcal{F}_t\right] \\ &= B(t)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\int_{[t,T]\times(0,\infty)} x\,\frac{Z_m(s)}{B(s)}\,M_0^L(ds,dx)|\mathcal{F}_t\right], \end{aligned} \tag{5}$$

donde T es un tiempo tal que la obligación del seguro dejo de existir (e.g. $T = a + 1$).

Para el proceso simplificado, se tiene que

$$\begin{aligned} U_0^{L,Z_m}(t) &= B(t)\sum_{k=1}^{a}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_m(k+\delta)}{B(k+\delta)}\left(S_{0,k}^K(T) - S_{0,k}^K(t)\right)\middle|\ \mathcal{F}_t\right] \\ &= B(t)\sum_{k=1}^{a}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\frac{Z_m(k+\delta)}{B(k+\delta)}\int_{(I_i\cap[t,T])\times(0,\infty)} xM_{0,k}^K(ds,dx)\ \middle|\ \mathcal{F}_t\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

El siguiente Teorema permite valuar de manera simplificada el pasivo técnico de los seguros de daños.

Teorema 3.1. Suponiendo las Hipótesis 1 propuestas anteriormente, sean V y U definidas como en (5) y (6). Entonces se cumple que

$$V_0^{L,Z_m}(t) = \sum_{k=1}^{a}\left(\bar{\mu}\kappa_{k,k}\eta\right)\int_{I_k\cap[t,T]} P_u^{Z_m}(t,s)ds$$

y

$$U_0^{L,Z_m}(t) = \sum_{k=1}^{a}\left(\bar{\mu}\kappa_{k,k}\eta\right)P_m^{Z_m}(t,k+\delta)\mathbb{1}_{[t,T]}(k+\delta)$$

donde $\bar{\mu} = \mathbb{E}[X_1]$ y $P_m^{Z_m}(t,T) = Z_m P_m(t,T)$ representa el precio de un bono cupón cero en moneda m expresado en pesos valuado al tiempo t con fecha de vencimiento T.

Finalmente, el siguiente corolario permite justificar el resultado planteado en el inciso 2 de la Sección II.

Corolario 3.1.1. Suponiendo las mismas hipótesis que en el Teorema 3.1 se cumple que

$$U_0^{L,Z_m}(1) = \sum_{k=1}^{a} \left(\bar{\mu}\kappa_{k,k}\eta\right) P_u^{Z_u}(1, k+\delta)$$

III.3. Reaseguro.

En el desarrollo de la metodología utilizada para modelar el reaseguro en los Seguros de No-Vida se contemplarán todos aquellos contratos que cubran el total de la cartera para una protección.

En esta primera parte se plantea la modelación de la calidad de las reaseguradoras basada en las calificaciones crediticias. Considerando una línea de protección r y una institución. Por simplicidad se omite el subíndice r de la notación.

Se tienen las siguientes Hipótesis.

Hipótesis 2 (Calificaciones de una reaseguradora).

1. Las compañías reaseguradoras son clasificadas por una agencia calificadora, la cual les otorga una calificación dentro del conjunto $\{1,2,\dots,D\}$ siendo 1 la mejor calificación y prosiguiendo de manera decreciente hasta llegar a la calificación que indica el incumplimiento (default), dada por D.
2. La agencia calificadora provee una matriz de probabilidades de transición, $P_R = \{P_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$, donde la entrada $P_{R,i,j}$ denota la probabilidad de que una compañía que en el tiempo t tiene una calificación i, tenga una calificación j en $t+1$.
3. Sea $Q_R = \{Q_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$ la Q-matriz de intensidades generada a partir de la matriz P_R. Su construcción se realiza mediante la metodología propuesta en [JLT97].

Basado en estas hipótesis, se definen los procesos relacionados con las calificaciones de las compañías reaseguradoras. Para las propiedades de cadenas de Markov a tiempo continuo véase [Nor98] ó [Res07].

Definición 3.9. Suponiendo que se cumplen las Hipótesis 2, se considera que se tienen N_R compañías reaseguradoras numeradas, $b = 1,\dots,N_R$. Para cada compañía se define un proceso, $\pi_b = \{\pi_b(t)\}_{t\geq 0}$, que satisface las siguientes propiedades:

1. $\pi_b(0) = d_b$, donde d_b denota la calificación actual de la reaseguradora b;
2. π_b es una cadena de Markov a tiempo continuo con espacio de estados $\{1,2,\dots,D\}$ y matriz generadora Q_R;
3. Los procesos π_b, $b = 1,\dots,N_R$ son independientes entre sí, e independientes de la filtración $\mathbb{F}$ definida en la ecuación (4), y
3. Se denota por $\Phi_R = \{\Phi_R(t)\}_{t\geq 0} = \{e^{Q_R t}\}_{t\geq 0}$ la matriz de probabilidades de transición de las cadenas de Markov π_b.

Observación 3.6. Para el caso de reaseguro tomado únicamente se considerarán las coberturas proporcionales y por exceso de pérdida por cartera.

III.3.1. Reaseguro proporcional.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro proporcional y después se incorpora a los procesos planteados en la Subsección III.2.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 3. Se considera que se tienen m_{RP} contratos de reaseguro proporcional para la línea de protección Sean $\beta_1, \dots, \beta_{m_{RP}}$ las constantes de proporcionalidad de los respectivos contratos de reaseguro que cumplen:

- $0 \leq \beta_h \leq 1$, para $h = 1, \dots, m_{RP}$;
- $0 \leq \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \leq 1$, y
- el contrato h está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la compañía y sea X_{RP} el monto restante después de considerar el reaseguro. Entonces se cumple que

$$X_{RP} = (1-\beta)X + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h X \mathbb{1}_{\left\{\pi_{b_h(T_{RP})=D}\right\}} \tag{7}$$

donde $\beta = \sum_{i=1}^{m_{RP}} \beta_i$ y T_{RP} es un tiempo de valuación que se especificará más adelante.

Observación 3.7. La teoría requerida para el caso de reaseguro es la misma que la presentada en la Subsección 3.2, con la única modificación sobre la distribución de las reclamaciones X, propuesta en (7).

Análogo a las definiciones 3.7 y 3.8 se tiene

Definición 3.10 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Reaseguro Proporcional). Sea Z_m el proceso que denota el tipo de cambio de la moneda m a pesos (véase Anexo 6.3.3). Se define el monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso M_I^Y en el periodo $[0,t]$, como

$$S_{I,RP}^{Y,Zm}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \left((1-\beta) x Z_m(s) + \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathbb{1}_{\left\{\pi_{b_h(s)=D}\right\}} x Z_m(s) \right) M_I^Y(ds, dx),$$

para $t \geq 0$

Definición 3.11 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Versión simplificada. Reaseguro Proporcional). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en la cual se considera el pago de todos los siniestros. Se supone que el *M.P.R.M.* (Y_I, η), tiene soporte contenido en el conjunto $\cup_z I_z$Sea $G_{I,RP}^{Y,Z_m}$ el modelo simplificado del monto de las reclamaciones definido por la siguiente expresión

$$G_{I,RP}^{Y,Z_m}(t) = \sum_z (1-\beta) Z_m(z+\delta) \int_{(I_z \cap [0,t])\times(0,\infty)} x M_I^Y(ds, dx)$$
$$+ \sum_z \sum_{h=1}^{m_{RP}} \beta_h \mathbb{1}_{\left\{\pi_{b_h(z+\delta)=D}\right\}} Z_m(z+\delta) \int_{(I_z \cap [0,t])\times(0,\infty)} x M_I^Y(ds, dx),$$

para $t \geq 0$.

Siguiendo la misma idea de la Proposición 3.5 se obtiene el siguiente resultado.

Proposición 3.6. Sea K el proceso definido en la Proposición 3.2. Entonces para el proceso $G_{0,RP}^{Y,Zm}$ propuesto en la Definición 3.11 se cumple el siguiente resultado

$$G_{0,RP}^{Y,Zm}(1) \overset{D}{=} (1-\beta)Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n + \sum_{h=1}^{m_{RP}}\beta_h \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}} Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n$$
$$\approx \left[(1-\beta)+\sum_{h=1}^{m_{RP}}\beta_h \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(1)=D}\}}\right] Z_m(1)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n$$

donde Y_0 se distribuye Poisson mixto de parámetro $\eta\kappa_{0,0}$ y ξ_n, $n \in \mathbb{N}$ son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_0, con distribución común F.

III.3.2. Reaseguro de exceso de pérdida riesgo por riesgo.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del reaseguro por exceso de pérdida por evento y después se incorpora a los procesos planteados en la subsección III.2.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 4. Se considera que se tienen m_{WC} contratos de reaseguro por exceso de pérdida para la línea de protección *r*. Sean $\gamma_0, \gamma_1, \cdots, \gamma_{m_{WC}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \gamma_0 \leq \gamma_1 < \cdots < \gamma_{m_{WC}}$;
- el contrato *h*, para $h = 1, \ldots, m_{WC}$, cubre la capa $[\gamma_{h-1}, \gamma_h)$, y
- el contrato *h* está hecho con la compañía b_h.

Sea X el monto total de un pago realizado por la institución y sea X_{WC} el monto restante después de considerar el reaseguro por exceso de pérdida. Entonces se cumple que

$$X_{WC} = min\{X, \gamma_0\} + \sum_{h=1}^{m_{WC}} max\{min\{X-\gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\}\, \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\}} + max\{X - \gamma_{m_{WC}}, 0\} \tag{8}$$

donde T_{WC} es un tiempo de valuación que se especificará más adelante.

Para simplificar la notación, se tiene la siguiente definición:

Definición 3.12.

1. Para $h = 0, \ldots, m_{WC}+1$, se definen las siguientes funciones

$$f_{WC,h}(x) = max\{min\{x-\gamma_{h-1}, \gamma_h - \gamma_{h-1}\}, 0\},$$

donde γ_h, para $h = 1, \ldots, m_{WC}$ son las constantes definidas en las Hipótesis 4, $\gamma_{-1} = 0$ y $\gamma_{m_{WC}+1} = \infty$

2. Definimos los procesos π_{b_0} y $\pi_{b_{m_{WC}+1}}$ como idénticamente *D*.

La definición anterior permite replantear la ecuación (8) de la siguiente manera

$$X_{WC} = \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(X)\, \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(T_{WC})=D}\}}$$

De manera similar a las definiciones 3.7 y 3.8 se tiene en este caso.

Definición 3.13 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Reaseguro por exceso de pérdida). Sea Z_m el proceso que denota el tipo de cambio de la moneda m a la moneda doméstica (pesos) (véase Anexo 6.3.3). Se define el monto total de la reclamación en moneda doméstica generado por el proceso M_I^Y en el periodo $[0,t]$, como

$$S_{I,WC}^{Y,Z_m}(t) = \int_{[0,t]\times(0,\infty)} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(xZ_m(s))\, \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(s)=D}\}} \right) M_I^Y(ds,dx), \text{ para } t \geq 0$$

Definición 3.14 (Monto total pagado en moneda doméstica para el periodo $[0,t]$. Versión simplificada. Reaseguro por exceso de pérdida). Sea $\delta \in [0,1)$ que representa el momento del año en la cual se considera el pago de todos los siniestros. Se supone que el *M.P.R.M.* (Y_I,η), tiene soporte contenido en el conjunto $\cup_z I_z$. Sea $G_{I,WC}^{Y,Z_m}$ el modelo simplificado del monto de las reclamaciones definido por la siguiente expresión

$$G_{I,WC}^{Y,Z_m}(t) = \sum_z \int_{(I_z\cap[0,t])\times(0,\infty)} \left(\sum_{h=0}^{m_{WC}+1} f_{WC,h}(xZ_m(\delta))\, \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(z+\delta)=D}\}} \right) M_I^Y(ds,dx)$$

para $t \geq 0$.

Siguiendo la misma idea de la Proposición 3.5 se tiene el siguiente resultado.

Proposición 3.7. Sea K el proceso definido en la Proposición 3.2. Entonces para el proceso $G_{0,WC}^{K,Z_m}(t)$ definido en 3.14 se cumple el siguiente resultado

$$G_{0,WC}^{K,Z_m}(1) \overset{D}{=} \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} \left(\sum_{n=1}^{Y_0} f_{WC,h}(Z_m(\delta)\xi_n) \right) \mathbb{1}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}}$$

$$\approx \sum_{h=0}^{m_{WC}+1} \left(\sum_{n=1}^{Y_0} f_{WC,h}(Z_m(1)\xi_n) \right) \mathrm{I}_{\{\pi_{b_h(\delta)=D}\}}$$

donde Y_0 Se distribuye Poisson mixto de parámetro $\eta\kappa_{0,0}$ y $\xi_n,\ n \in \mathbb{N}$ son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_0, con distribución común F.

III.3.3. Reaseguro de exceso de pérdida por cartera.

En este apartado se trabajan los contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera. Se considera solamente su efecto en el valor de la variable $G_{NV,Rm}(0,1)$.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 5. Se considera que se tienen m_{XL} contratos de reaseguro por exceso de pérdida por cartera para la línea de protección *r*. Sean $\epsilon_0, \epsilon_1, \ldots, \epsilon_{m_{XL}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro. Cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \epsilon_0 \leq \epsilon_1 < \cdots < \epsilon_{m_{XL}}$;
- el contrato *h*, para $h = 1, \ldots, m_{XL}$, cubre la capa $[\epsilon_{h-1}, \epsilon_h)$, y
- el contrato *h* está hecho con la compañía b_h.

De manera análoga al apartado anterior, se define lo siguiente

Definición 3.15.

1. Para $h = 0, \dots, m_{XL} + 1, h = 0,$ se definen las siguientes funciones

$$f_{XL,h}(x) = max\{min\{x - \epsilon_{h-1}, \epsilon_h - \epsilon_{h-1}\}, 0\}$$

donde ϵ_h, para $h = 1, \dots, m_{XL}$ son las constantes definidas en las Hipótesis 5, $\epsilon_{-1} = 0$ y $\epsilon_{m_{XL}+1} = \infty$.

2. Definimos los procesos π_{b_0} y $\pi_{b_{m_{XL}+1}}$ como idénticamente D.

Se tiene el siguiente resultado basado en la Proposición 3.5.

Proposición 3.8. Sea K el proceso definido en la Proposición 3.2. Entonces para el proceso $G_0^{K,Zm}$ planteado en la Definición 3.8, bajo el contrato dado por la Hipótesis 5, se cumple lo siguiente

$$\begin{aligned} G_{0,XL}^{K,Z_m}(1) &\overset{D}{=} \sum_{h=0}^{m_{XL}+1} f_{XL,h}\left(Z_m(\delta)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n\right)\mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(\delta)=D}\right\}} \\ &\approx \sum_{h=0}^{m_{XL}+1} f_{XL,h}\left(Z_m(1)\sum_{n=1}^{Y_0}\xi_n\right)\mathrm{I}_{\left\{\pi_{b_h(1)=D}\right\}} \end{aligned}$$

donde Y_0 se distribuye Poisson mixto de parámetro $\eta\kappa_{0,0}$ y ξ_n, $n \in \mathbb{N}$, son variables aleatorias independientes entre sí y de la variable Y_0, con distribución común F.

IV Referencias.

[CT12] R. Cont and P. Tankov. Financial Modelling with Jump Processes. Chapman & Hall/Crc Financial Mathematics Series. Chapman & Hall/CRC, 2012.

[DS03] Lindskong F., McNeil A.J., Daul S. and De Giorgi E. The grouped t-copula with an application to credit risk. Risk, 16(11):73-76, 2003.

[JLT97] Robert A. Jarrow, David Lando, and Stuart M. Turnbull. A markov model for the term structure of credit risk spreads. Review of Financial Studies, 10:481-523, 1997.

[MFE10] A.J. McNeil, R. Frey, and P. Embrechts. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools. Princeton Series in Finance. Princeton University Press, 2010.

[Mik04] T. Mikosch. Non-Life Insurance Mathematics: An Introduction With Stochastic Processes. Number Bd. 13 in Universitext (1979). Springer-Verlag, 2004.

[Nel99] R.B. Nelsen. An Introduction to Copulas. Lecture Notes in Statistics Series. Springer London, Limited, 1999.

[Nor98] J.R. Norris. Markov Chains. Number n.° 2008 in Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University Press, 1998.

[NMNV] Comisión Nacional de Seguros y Fianzas. Nota Metodológica. Cálculo de la variable de pérdida de los seguros de daños y accidentes y enfermedades. (CNSF_EIQ_NM_RCS_TyFS_No_Vida_141014).

[Res07] S.I. Resnick. Extreme Values, Regular Variation, and Point Processes. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer, 2007.

ANEXO 6.3.18.

MODELO Y BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS RIESGOS BASADOS EN LAS PÉRDIDAS OCASIONADAS POR INCUMPLIMIENTOS DE LAS ENTIDADES REASEGURADORAS QUE RESPALDAN LAS PÉRDIDAS DE LOS CONTRATOS DE REASEGURO, TANTO PROPORCIONALES, COMO DE COBERTURA DE EXCESO DE PÉRDIDA, LOS CUALES RESPALDAN LA PML E IMPORTES RECUPERABLES DE REASEGURO, Y PARA LA DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN CONJUNTA DE LAS VARIABLES DE LA PÉRDIDA $L_{Ac,j,i}$, PARA EFECTOS DEL CÁLCULO DEL RCS CONFORME A LA FÓRMULA GENERAL

Para efectos de lo establecido en los Capítulos 6.2, 6.3, 6.5 y 6.6 de las presentes Disposiciones, en particular, respecto a lo referido en las Disposiciones 6.3.2, 6.3.3, 6.3.17, 6.5.19, 6.6.2 y 6.6.9 las instituciones de seguros, incluyendo los seguros de pensiones, y de fianzas deberían calcular, cuando les corresponda, las variables aleatorias de pérdida de:

- Los incumplimientos de entidades reaseguradoras (contrapartes) que respalden las distintas capas dentro de los contratos de cobertura de exceso de pérdida que respaldan la PML, L_{CXL};
- Los activos que se consideran para efecto de la proyección del activo a que se refiere la Disposición 6.5.12 sujetos a riesgo de crédito (contraparte), L_{Ac}, y
- Los activos correspondientes a los importes recuperables de reaseguro, $L_{A,IRRea}$, a los que se refiere el inciso g) fracción VIII de la Disposición 6.3.2.

En adelante se denota a L_{CXL}, L_{Ac} y a $L_{A,IRRea}$ por L_{CRE}. Las variables aleatorias mencionadas constituyen uno de los elementos para el cálculo de los Requerimientos de Capital por Riesgos Técnicos y Financieros de Seguros, Pensiones y Fianzas, RC_{TyFS}, RC_{TyFP} y RC_{TyFF}, de la Fórmula General a que se refiere el artículo 236 de la Ley de Instituciones de Seguros y de Fianzas para el cálculo del RCS. Las variables de pérdida L_{CRE} se calcularán conforme a la metodología e información que se detalla en el presente anexo.

I. Introducción.

La variable aleatoria de pérdidas, L_{CRE}, reflejará las pérdidas ocasionadas por los riesgos de crédito (contraparte) por incumplimiento de contrapartes financieras, ya sea compañías reaseguradoras que respaldan los importes recuperables de reaseguro o que respaldan los contratos de cobertura de exceso de pérdida que respaldan la PML, o ya sea emisores de instrumentos financieros sujetos a riesgo de crédito.

La variable aleatoria de pérdidas, L_{CRE}, se calculará como

$$L_{CRE} = \sum_{j \epsilon CA_CRE} L_{CRE,j}$$

donde j puede tomar valores de acuerdo al catálogo CA_CRE definido por la siguiente lista:

a) En el caso de que $CRE = CXL$, CA_CRE tiene los siguientes elementos:

- AyA para Seguros Agrícolas y de Animales;
- $Terr$ para Seguros de Terremoto, e
- Hid para Seguros de Huracán y Riesgos Hidrometeorológicos.

b) En el caso de que $CRE = Ac$, CA_CRE tiene los siguientes elementos:

- $DeuC$ para instrumentos de deuda emitidos en el mercado mexicano de conformidad con la Ley del Mercado de Valores, o en mercados extranjeros que cumplan con lo establecido en la Disposición 8.2.2. de la CUSF;
- $RV\ Estr$ para instrumentos estructurados;
- $NECapP$ para títulos estructurados de capital protegido;
- $NECapNP$ para títulos estructurados de capital no protegido, y
- $IRRea$ para importes recuperables de reaseguro.

c) En el caso de que $CRE = IRRea,\ CA_CRE$ contiene solamente el elemento $IRRea$ para importes recuperables de reaseguro.

$L_{CRE,j}$ representa la variable de pérdida del elemento j. Se calculará de acuerdo a la siguiente fórmula

$$L_{CRE,j} = -S_{CRE,j}(1) + S_{CRE,j}(0),$$

donde las variables de la fórmula anterior se definen como:

a) En el caso de que $CRE = CXL$, se tiene:

- $S_{CRE,j}(0)$ es el valor de los saldos de las coberturas de exceso de pérdida efectivamente disponibles para el ramo o tipo de seguro j, cuyo requerimiento de capital (RC) está basado en la PML, al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$, y
- $S_{CRE,j}(1)$ es el valor de los saldos de las coberturas de exceso de pérdida efectivamente disponibles para el ramo o tipo de seguro j, cuyo RC está basado en la PML, al tiempo de proyección, $t = 1$, traídos a valor presente. El cálculo de éste se realizará siguiendo la metodología propuesta en la Subsección III.2.

b) En el caso de que $CRE = AC$, o $CRE = A, IRRea$, se tiene:

- $S_{CRE,j}(0)$es el valor de los instrumentos financieros del tipo j al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$.
- $S_{CRE,j}(1)$ es el valor de los instrumentos financieros del tipo j al tiempo de proyección, $t = 1$, un año después del tiempo de cálculo del RCS, traídos a valor presente. El cálculo de éste se realizara siguiendo la metodología propuesta en la Subsección III.3.

II. Resumen de los principales resultados para el cálculo de $L_{A,IRRea}$, L_{Ac} y L_{CXL}

En esta sección se resumen los principales resultados, derivados de las metodologías que se describirán a detalle en la Sección III del presente documento, para el cálculo de las variables aleatorias de pérdida:

- L_{CXL}, la variable aleatoria de pérdida ocasionada por los riesgos de crédito (contraparte) por incumplimiento de entidades reaseguradoras (contraparte) que respaldan las distintas capas de los contratos de cobertura de exceso de pérdida que respaldan la PML, y
- L_{Ac} y $L_{A,IRRea}$, las variable aleatorias de pérdida ocasionadas por los riesgos de crédito (contraparte) por incumplimientos de contrapartes financieras, ya sea compañías reaseguradoras que respaldan los importes recuperables de reaseguro, o ya sea emisores de instrumentos sujetos a riesgo de crédito.

Cálculo de las variables aleatorias de pérdida L_{CXL}, L_{Ac} y $L_{A,IRRea}$

Sea $CRE = CXL,\ CRE = AC$, o $CRE = A, IRRea$. La variable de pérdida L_{CRE} está basada en el resultado del Teorema 3.1 de la Subsección III.4:

$$L_{CRE} = \sum_{j \epsilon CA_CRE} L_{CRE,j}$$

$$= \sum_{j \epsilon CA_CRE} \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} \left(\frac{Y_{CRE,j,i}(1)}{B_d(1)} \mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}} + Y_{CRE,j,i}(0)\right) \quad (1)$$

donde:

a) Para $CRE = CXL$:

- $m_{XL,j}$ se refiere al número total de contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j ;
- $\epsilon_i = \gamma_i - \gamma_{i-1}$ es el tamaño de la capa $i, i = 1, \ldots, m_{XL,j}$;
- $B_d(1)$ es el proceso de la cuenta bancaria domestica evaluada en $t = 1$;

- η_{bi} es la cadena de Markov en tiempo continuo que modela la calificación crediticia para la reaseguradora i, $i = 1, \dots, m_{XL,j}$;
- $\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}$ es una variable aleatoria indicadora o Bernoulli condicional a que $\eta_{bi}(0) = k$; e
- $Y_{CXL,j,i}(1) = \epsilon_i B_d(1)\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}} = (\gamma_i - \gamma_{i-1})B_d(1)\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}$

b) Para $CRE = AC$,o $CRE = A, IRRea$:

- $m_{CRE,j}$ se refiere al número total de instrumentos para el tipo de instrumento i ;
- $Y_{CRE,j,i}(t)$ es el valor al tiempo $t = 0,1$,del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo $j, i = 1, \dots, n_j$;
- $B_d(1)$ es el proceso de la cuenta bancaria domestica evaluada en $t = 1$;
- η_{bi} es la cadena de Markov en tiempo continuo que modela la calificación crediticia para la contraparte financiera $i, i = 1, \dots, m_{XL,j}$, y
- $\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}$ es una variable aleatoria indicadora o Bernoulli condicional a que $\eta_{bi}(0) = k$.

III. Modelo de valuación para el Riesgo de Contraparte. Metodología Teórica.

En esta sección se desarrolla el marco teórico que se utiliza para modelar los riesgos de crédito (contraparte) por incumplimiento de contrapartes financieras, ya sea compañías reaseguradoras y/o emisores de instrumentos sujetos a riesgo de crédito, con el fin de calcular la variable aleatoria de pérdidas de las contrapartes, $LCRE$.

En adelante, se considera $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad filtrado que satisface las condiciones usuales, donde todos los procesos son definidos.

III.1 Riesgo de Crédito o Contraparte.

En el desarrollo de la metodología utilizada para modelar el riesgo de crédito (contraparte) se contemplan, por un lado, todas aquellas contrapartes financieras que respalden las distintas capas dentro de los contratos de cobertura de exceso de pérdida (XL) que respaldan la PML, para aquellos ramos o tipos de seguros donde el RC se calcula por la PML. Por otro lado, también se contemplan todas aquellas contrapartes financieras que respalden las emisiones de instrumentos financieros descritos en la Sección I.

En esta primera parte se plantea la modelación de la calidad de las contrapartes financieras basada en las calificaciones crediticias.

Se tienen las siguientes Hipótesis.

Hipótesis 1 (Calificaciones de una contraparte.).

1. Las contrapartes financieras son clasificadas por una agencia calificadora, la cual les otorga una calificación dentro del conjunto $\{1,2, \dots, D\}$, siendo 1 la mejor calificación y prosiguiendo de manera decreciente hasta llegar a la calificación que indica el incumplimiento (default), dada por D.
2. La agencia calificadora provee una matriz de probabilidades de transición, $P_R = \{P_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$ donde la entrada $P_{Ri,j}$ denota la probabilidad de que una compañía que en el tiempo t tiene una calificación i, tenga una calificación j en $t + 1$.
3. Sea $Q_R = \{Q_{R,i,j}\}_{i,j=1,\dots,D}$ la Q-matriz de intensidades generada a partir de la matriz P_R . Su construcción se realiza mediante la metodología propuesta en [JLT97].

   Basado en estas hipótesis, se definen los procesos relacionados con las calificaciones de las contrapartes financieras. Para las propiedades de cadenas de Markov en tiempo continuo véase [Nor98] ó [Res07].

   Definición 3.1. Suponiendo que se cumplen las Hipótesis 1, se considera que se tienen $\mathrm{N_R}$ contrapartes financieras numeradas, $b = 1, \dots, N_R$. Para cada contraparte financiera se define un proceso, $\eta_b = \{\eta_b(t)\}_{t\geq 0}$, que satisface las siguientes propiedades:

   1. $\eta_b(0) = d_b$, donde d_b denota la calificación actual de la contraparte financiera b;
   2. η_b es una cadena de Markov en tiempo continuo con espacio de estados $\{1,2, \dots, D\}$ y matriz generadora Q_R;
3. Los procesos $\eta_b, b = 1, \dots, N_R$ son independientes entre sí, y
4. Se denota por $\Phi_R = \{\Phi_R(t)\}_{t\geq 0} = \{e^{Q_R t}\}_{t\geq 0}$ la matriz de probabilidades de transición de las cadenas de Markov η_b.

III.2 Contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida XL.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del incumplimiento de una contraparte financiera que cubre una de las distintas capas dentro de los contratos XL que respaldan la PML.

Se tienen las siguientes hipótesis sobre los contratos de reaseguro.

Hipótesis 2. Se considera que se tienen $m_{XL,j}$ contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j. Sean $\gamma_0, \gamma_1, \cdots, \gamma_{m_{XL,j}}$ las constantes que denotan las distintas capas que cubren los contratos de reaseguro, las cuales cumplen con las siguientes propiedades:

- $0 \leq \gamma_0 < \gamma_1 < \cdots < \gamma_{m_{XL,j}}$;
- el contrato i, para $i = 1, \ldots, m_{XL,j}$, cubre la capa $[\gamma_i, \gamma_{i-1})$. Se denota por $\epsilon_i = \gamma_i - \gamma_{i-1}$ al tamaño de la capa, y
- el contrato i está hecho con la contraparte financiera b_i.

Observación 3.1.

- En este caso, cuando $CRE = CXL$ resulta conveniente expresar a la variable de pérdida del ramo o tipo de seguro j, $L_{CXL,j}$, por medio de la siguiente fórmula

$$L_{CXL,j} = \sum_{i=1}^{m_{XL,j}} L_{CXL,j,i}$$

donde:

- $m_{XL,j}$ se refiere al número total de contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j definido en la Hipótesis 2, y
- $L_{CXL,j,i}$ es la variable aleatoria de pérdida de los contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida i que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j,
- En este sentido, resulta también conveniente expresar a $L_{CXL,j,i}$, la variable aleatoria de pérdida del contrato de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida i que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j, como

$$L_{CXL,j} = -S_{CXL,j,i}(1) + S_{CXL,j,i}(0),$$

donde las variables de la fórmula anterior se definen como:

- $S_{CXL,j,i}(0)$ es el valor del saldo de la cobertura de exceso de pérdida efectivamente disponible del contrato de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida i, que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j, al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$.
- $S_{CXL,j,i}(1)$ es el valor del saldo de la cobertura de exceso de pérdida efectivamente disponible del contrato de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida i *que respalda la* PML del ramo o tipo de seguro j, al tiempo de proyección, $t = 1$, traído a valor presente.
- Entonces para los valores de los saldos de las coberturas de exceso de pérdida efectivamente disponibles para el ramo o tipo de seguro j, cuyo RC está basado en la PML, traídos a valor presente para los tiempos $t = 0, 1$, se cumple

$$S_{CXL,j}(t) = \sum_{i=1}^{m_{XL,j}} S_{CXL,j,i}(t) \qquad t = 0,1.$$

Lema 3.1.

1. El valor del saldo de la cobertura de exceso de pérdida efectivamente disponible del contrato de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida $i, i = 1, \ldots, m_{XL,j}$ que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j, al tiempo de proyección $t = 1$, traído a valor presente, $S_{CXL,j,i}(1)$ está dado por

$$S_{CXL,j}(1) = \frac{Y_{CXL,j,i}(1)}{B_d(1)},$$

(2)

donde:

$$Y_{CXL,j,i} = \epsilon_i B_d(1)\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}$$

$$= (\gamma_i - \gamma_{i-1})B_d(1)\mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}, \quad (3)$$

η_{bi} es la cadena de Markov en tiempo continuo que modela la calificación crediticia para la reaseguradora i y $B_d(1)$ es el proceso de la cuenta bancaria doméstica, y

2. El valor del saldo de la cobertura de exceso de pérdida efectivamente disponible de los contratos de reaseguro de cobertura de exceso de pérdida $i, i = 1, \ldots, m_{XL,j}$ que respalda la PML del ramo o tipo de seguro j, al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$, $S_{CXL,j,i}(0)$ está dado por

$$S_{CXL,j,i}(0) = \epsilon_i = \gamma_i - \gamma_{i-1} \quad (4)$$

III.3 Incumplimientos de las Contrapartes Financieras que respalden Emisiones de Instrumentos Financieros.

A continuación se explica la idea detrás de la modelación del incumplimiento de una contraparte financiera que respalda una emisión de un instrumento financiero descrito en el inciso 1 de la Sección I.

$L_{CRE,j}$ representa la variable de pérdida del elemento j, la cual se calcula como

$$L_{CRE,j} = -S_{CRE,j}(1) + S_{CRE,j}(0).$$

En esta subsección, cuando $CRE = Ac$, o $CRE = A, IRRea$ se tiene:

- $S_{CRE,j}(0)$ es el valor de los instrumentos financieros del tipo j al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0$, y
- $S_{CRE,j}(1)$ es el valor de los instrumentos financieros del tipo j al tiempo de proyección, $t = 1$, un año después del tiempo de cálculo del RCS, traídos a valor presente.

Observación 3.2.

Cuando $CRE = Ac$, o $CRE = A, IRRea$, resulta conveniente expresar a la variable de pérdida del elemento j, $L_{CRE,j}$, por medio de la siguiente fórmula

$$L_{CRE,j} = \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} L_{CRE,j,i}$$

donde:

- $m_{CRE,j}$ se refiere al número total de instrumentos para el tipo de instrumento j, y
- $L_{CRE,j,i}$ es la variable de pérdida del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo j.

En este sentido, resulta también conveniente expresar a $L_{CRE,j,i}$, la variable de pérdida del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo j, como

$$L_{CRE,j} = -S_{CRE,j,i}(1) + S_{CRE,j,i}(0).$$

Las variables de la fórmula anterior se definen como:

- $S_{CRE,j,i}(0)$ es el valor del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo j, al tiempo de calculo del $RCS, t = 0$.
- $S_{CRE,j,i}(1)$ es el valor del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo j, al tiempo de proyección, $t = 1$, traído a valor presente.

Entonces se cumple

$$S_{CRE,j}(t) = \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} S_{CRE,j}(t), \qquad t = 0,1.$$

Lema 3.2. Sea $m_{CRE,j}$ número total de instrumentos para el tipo de instrumento j, sujetos a riesgo de crédito (contraparte) por incumplimiento de las contrapartes financieras que emitieron dichos instrumentos. Sea $Y_{CRE,j,i}(t)$ el valor al tiempo $t = 0, 1,$ del instrumento i correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo $j, i = 1, \dots, n_j$. Entonces:

1. El valor $S_{CRE,j,i}(1)$ al tiempo de proyección $t = 1,$ traído a valor presente, del i-ésimo instrumento correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo $j, i = 1, \dots, m_{CRE,j}$, está dado por

$$S_{CRE,j,i}(1) = \frac{Y_{CRE,j,i}(1)}{B_d(1)} \mathrm{I}_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}. \tag{5}$$

   Donde η_{bj} es la cadena de Markov en tiempo continuo que modela la calificación crediticia para la contraparte financiera que emitió el i-ésimo instrumento, y $B_d(1)$ es el proceso de la cuenta bancaria doméstica.

2. El valor $S_{CRE,j,i}(0)$ al tiempo de cálculo del $RCS, t = 0,$ del i-ésimo instrumento correspondiente a inversiones en instrumentos del tipo $j, i = 1, \dots, m_{CRE,j}$, está dado por:

$$S_{CRE,j,i}(0) = Y_{CRE,j,i}(0) \tag{6}$$

III.4 Valor de las Variables Aleatorias de Pérdida

En esta subsección se presenta un resultado para el valor de las variables aleatorias de pérdida para cualquier valor de CRE.

Teorema 3.1. Sea $CRE = CXL, CRE = Ac,$ o $CRE = A, IRRea$.

1. El valor $S_{CRE,j}(1)$ está dado por

$$S_{CRE,j}(1) = \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} S_{CRE,j,i}(1) \tag{7}$$

$$= \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} \frac{Y_{CRE,j,i}(1)}{B_d(1)} I_{\{\eta_{bi}(1)=D\}}$$

2. La variable de pérdida $L_{CRE,j}$ está dada por

$$L_{CRE,j} = -S_{CRE,j}(1) + S_{CRE,j}(0) \tag{8}$$

$$= \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} \left(-\frac{Y_{CRE,j,i}(1)}{B_d(1)} I_{\{\eta_{bi}(1)=D\}} + Y_{CRE,j,i}(0)\right)$$

3. La variable de pérdida L_{CRE} está dada por

$$L_{CRE} = \sum_{j \epsilon CA_CRE} L_{CRE,j} \tag{9}$$

$$= \sum_{j \epsilon CA_CRE} \sum_{i=1}^{m_{CRE,j}} \left(-\frac{Y_{CRE,j,i}(1)}{B_d(1)} I_{\{\eta_{bi}(1)=D\}} + Y_{CRE,j,i}(0)\right)$$

IV. Referencias

[JLT97] Robert A. Jarrow, David Lando, and Stuart M. Turnbull. A markov model for the term structure of credit risk spreads. Review of Financial Studies, 10:481{523, 1997.

[Nor98] J.R. Norris. Markov Chains. Number n.o 2008 in Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge University Press, 1998.

[Res07] S.I. Resnick. Extreme Values, Regular Variation, and Point Processes. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer, 2007

ANEXO 6.4.11.

FACTORES *FBA* Y *FA* PARA EL CÁLCULO DE LOS FACTORES $G_{c,i}$ APLICABLES AL CÁLCULO DEL RC_{PMLgf}

Factores vigentes a partir del segundo trimestre de 2015.

I. Factor básico de ajuste por riesgo de crédito (FBA), para el caso de Bonos Estatales y Municipales:

FBA	3.9394

II. Factor de ajuste por riesgo de crédito para el caso de:

a) Valores respaldados por activos.

b) Valores garantizados que cuenten con garantía de colateral o con plazo de maduración de 7 años o menos.

c) Valores garantizados que no cuentan con garantía de colateral o con plazo de maduración mayor a 7 años:

FA	AAA (Standard & Poor's); Aaa (Moody's); AAA (Fitch)	3.9394
FA	AA (Standard & Poor's); Aa (Moody's); AA (Fitch)	4.2788
FA	A (Standard & Poor's); A (Moody's); A (Fitch)	4.4015
FA	BBB (Standard & Poor's); Baa2 (Moody's); BBB (Fitch)	6.7470

ANEXO 6.5.7.

TRAMO DE MEDICIÓN k PARA EFECTOS DEL REQUERIMIENTO DE CAPITAL POR DESCALCE ENTRE ACTIVOS Y PASIVOS (RC_{SPD})

Moneda Nacional	Moneda Extranjera	Moneda Indizada
k=29	k=30	k=26

ANEXO 6.5.8.

TASA DE DESCUENTO PARA LA DETERMINACIÓN DEL VALOR PRESENTE DEL REQUERIMIENTO ADICIONAL POR DESCALCE ENTRE ACTIVOS Y PASIVOS, DE CADA INTERVALO DE MEDICIÓN k, $VPRA_k$

La tasa técnica para determinar el valor presente del requerimiento adicional por descalce entre los activos y pasivos correspondientes al tramo de medición *k*, $VPRA_k$, será igual a la tasa promedio ponderada con la que se valúe la reserva de riesgos en curso de Beneficios Básicos de Pensión de todas las pólizas en vigor a la fecha de cálculo, misma que será determinada por la Institución de Seguros mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{\sum_p i_p(RMP_p)}{\sum_p(RMP_p)}$$

Donde:

i_p Tasa técnica de valuación de la reserva matemática de pensiones de la póliza p

RMP_p Monto de la reserva matemática de pensiones de la póliza p

ANEXO 6.5.12-a.

TASA DE INTERÉS O RENDIMIENTO POR TIPO DE MONEDA PARA EFECTOS DE LA PROYECCIÓN DE ACTIVOS EMPLEADA EN EL CÁLCULO DEL RC_{SPD}

Factores vigentes a partir del segundo trimestre de 2015.

La tasa de rendimiento real r_0 a que se hace referencia en las Disposiciones 6.5.10, 6.5.12 y 6.5.13, será la siguiente expresada en términos reales:

Tasa de rendimiento real r_0	Supuesto de proyección del activo en el que aplica
1.0%	Se empleará este valor para activos clasificados para ser conservados a vencimiento, a partir de la fecha de vencimiento, o para activos que se valúen a mercado, a partir del segundo tramo de medición; lo anterior, con independencia de la ponderación a dicha tasa por el factor $\propto_{r_m}$ aplicable para el caso de instrumentos que se encuentren clasificados como disponibles para su venta, al cual se hace referencia en las Disposiciones 6.5.12 y 6.5.13.
0.0%	En caso del faltante en el activo a que se refiere el penúltimo párrafo de la fracción II de la Disposición 6.5.10.

ANEXO 6.5.12-b.

PROCEDIMIENTO DE PROYECCIÓN DE ACTIVOS EMPLEADO EN EL CÁLCULO DEL RC_{SPD}

La proyección del activo se efectuará conforme a lo establecido en la Disposición 6.5.13 considerando la fecha exacta de vencimiento de cada instrumento. Para la proyección de dicho valor durante el tramo de medición anual k en el cual de lugar el vencimiento del mismo, se empleará la tasa que le corresponda al mismo hasta la fecha exacta de su vencimiento en días exactos; posteriormente a dicha fecha y hasta la fecha de término del tramo de medición anual k referido, se empleará la tasa de rendimiento real r_0 especificada en dicha Disposición 6.5.13.

ANEXO 6.5.13.

PLAZOS Y VALORES PARA α_{r_m} APLICABLES A LA TASA DE MERCADO DE LAS INVERSIONES CLASIFICADAS EN LA CATEGORÍA DE DISPONIBLES PARA SU VENTA Y PLAZO

Periodo	Factor
=1	1.00
=2	0.75
≥3	0.00

ANEXO 6.6.4-a.

VALORES Y METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD DE QUE LAS RECLAMACIONES RECIBIDAS SE CONVIERTAN EN PAGADAS

Las Instituciones de Fianzas, para efectos de la determinación del requerimiento por reclamaciones recibidas con expectativa de pago, deberán utilizar las probabilidades de que las reclamaciones recibidas se conviertan en reclamaciones pagadas, correspondientes a cada ramo o tipo de fianza k, cuyos valores y metodología de cálculo se indican a continuación:

I. Metodología de cálculo

Las Instituciones de Fianzas mantienen un volumen dinámico de reclamaciones recibidas que varía durante el año. Las reclamaciones recibidas pueden ser pagadas o rechazadas por la institución, por lo que sólo una parte de éstas se convierten finalmente en reclamaciones pagadas. Por lo anterior, se puede decir que existe una determinada probabilidad de que una reclamación recibida se convierta en pagada.

En el esquema regulatorio de margen de solvencia de las Instituciones de Fianzas, se toma en cuenta el volumen de reclamaciones recibidas que tiene la compañía y la probabilidad de que dichas reclamaciones se conviertan en pagadas. Lo anterior, con el objeto de fijar los requerimientos de capital que cada Institución de Fianzas debe tener, en congruencia con el volumen de reclamaciones que espera pagar.

Debido a lo anterior, se hace necesario establecer un procedimiento que permita calcular la probabilidad de que, dada una reclamación recibida, ésta se convierta en pagada. En tal virtud, la Comisión ha desarrollado un procedimiento para el cálculo de tales probabilidades, que se ajusta a la información estadística de que se dispone.

A continuación, se indica el procedimiento para estimar la probabilidad de que una reclamación recibida se convierta en reclamación pagada.

a) El cálculo de las referidas probabilidades, se realizará con la estadística correspondiente al monto de las reclamaciones recibidas al cierre del año y las reclamaciones pagadas a esa misma fecha.

b) Las reclamaciones recibidas totales de un determinado año, RRT_t, se pueden calcular con el saldo de las reclamaciones recibidas al cierre de ese año, RR_t, más el saldo de las reclamaciones pagadas al cierre del año, que formaron parte de dichas reclamaciones recibidas, RR_t:

$$RRT_t = RR_t + RP_t$$

c) Con esa información, se calculará qué porcentaje de las reclamaciones recibidas de la compañía (RR_t), se convirtieron en reclamaciones pagadas (RP_t) durante el año, tanto de cada compañía, como del mercado, mediante la siguiente fórmula:

$$Pr_t(pag) = \frac{RP_t}{RRT_t} = \frac{RP_t}{RR_t + RP_t}$$

d) Una vez que se tienen las probabilidades por año, se determina el valor de la media y la desviación estándar de dichas probabilidades. La media y la desviación estándar, por cada compañía y por cada ramo o tipo de fianza k, se calcularán mediante la fórmula siguiente:

$$Media = \overline{Pr}(pag) = \sum_{t=1}^{n} \frac{Pr_t(pag)}{n}$$

$$Desviación = \sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \frac{(\overline{Pr}(pag) - Pr_t(pag))^2}{n-1}}$$

donde n se refiere al número de años utilizados en el cálculo.

e) Finalmente, la probabilidad de que las reclamaciones recibidas se conviertan en pagadas, por ramo o tipo de fianza k, se obtendrá sumando la media más dos veces la desviación estándar de las probabilidades anuales de reclamación:

$$Pr_k(pag) = mín\{\overline{Pr}(pag) + 2\sigma, 1\}$$

II. Valores de las probabilidades de que las reclamaciones recibidas se conviertan en pagadas

Ramo	$Pr_k(pag)$
Fidelidad	99.06%
Judiciales	47.19%
Administrativas	37.59%
De crédito	96.21%

ANEXO 6.6.4-b.

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL VALOR DEL FACTOR DE RETENCIÓN $FRET_i^{k,sim}$

El factor de retención, $FRET_i^{k,sim}$, para efecto de la simulación de reclamaciones futuras retenidas, se determinará con el siguiente procedimiento:

Se calcularán, para cada ramo y tipo de fianza k y para cada año de origen i, los factores que representan la proporción de reafianzamiento retenido, $FRET_i^{k,sim}$, como la diferencia entre la unidad y el porcentaje que resulte de dividir el monto afianzado suscrito cedido en contratos proporcionales en el año i (MAC_i^k), entre el monto afianzado suscrito total en el mismo año de origen (MA_i^k) es decir, el factor de retención de reclamaciones pagadas provenientes de un mismo año de origen i, se estimará como:

$$FRET_i^{k,sim} = 1 - \frac{MAC_i^k}{MA_i^k}$$

ANEXO 6.6.4-c.

METODOLOGÍA PARA LA SIMULACIÓN DEL MONTO RETENIDO DE RECUPERACIÓN DE GARANTÍAS, FRG_i^k

La metodología para la simulación del monto retenido de la recuperación de garantías, FRG_i^k, para efectos del cálculo del requerimiento por reclamaciones esperadas futuras y recuperación de garantías de la operación directa, $R2_k^D$, será la siguiente:

I. Se tomará como base la estadística de montos de recuperación de garantías y reclamaciones pagadas de la Institución, correspondientes a los últimos diez años de operación, clasificando dichos montos por año de origen y año de desarrollo, como se indica a continuación:

a) Se clasificarán las reclamaciones pagadas por año de origen, entendiendo como tal, el año calendario en que se pagó dicha reclamación.

b) Se clasificarán los montos de garantías recuperadas en forma matricial, clasificándolos por año de origen y año de desarrollo, entendiendo como año de origen, el año en que se pagó la reclamación a la cual está asociada la recuperación, y como año de desarrollo, el número de años transcurridos desde el año de origen hasta el año calendario en que se registró contablemente el monto recuperado.

II. Con base en la información de montos de recuperación de garantías y reclamaciones pagadas, se calcularán, para cada ramo o tipo de fianza k, los índices de proyección de recuperación de garantías, por año de origen y año de desarrollo $(IRG_{i,j}^k)$, con lo que resulte de dividir el monto de las garantías recuperadas en el año de desarrollo j, proveniente del año de origen i $(RG_{i,j}^k)$, entre el monto de reclamaciones pagadas en el año de origen i (RP_i^k). Esto es:

$$IRG_{i,j}^k = \frac{RG_{i,j}^k}{RP_i^k}$$

III. Los índices de proyección de recuperación de garantías de mercado se determinarán de manera separada para cada Institución que cuente con información oportuna, homogénea, confiable y suficiente, obteniendo, de esta manera, un conjunto de índices de proyección $\{IRG_j^k\}$ que serán utilizados para la simulación de recuperación de garantías futuras de fianzas.

IV. Los índices de proyección de recuperación de garantías de la Institución se determinarán con su información reportada, obteniendo, para cada año de origen i y para cada período de desarrollo j, un conjunto de índices de proyección $\{IRG_j^{k,Cia}\}$, los cuales servirán como base para la estimación de las recuperaciones de garantías futuras. Lo anterior, en el caso de que la Institución presente, en al menos 5 años, una participación, en términos de montos afianzados suscritos, superior al 10% para cada año de origen, en cuyo caso se tomarán los índices de proyección de recuperación de garantías para cada año de origen que cumpla con dicho criterio;

V. Para cada ramo o tipo de fianza k, y año de origen i, se calcularán factores de credibilidad, Cr_i^k, a partir de la participación de la Institución $(PCia_i^k)$, en términos de montos afianzados suscritos, mediante el siguiente procedimiento:

$$Cr_i^k = \begin{cases} 0 & si\ \ PCia_i^k \leq 0.01 \\ 10 * PCia_i^k - 0.1 & si\ 0.01 < PCia_i^k \leq 0.1 \\ 0.9 & si\ 0.1 < PCia_i^k \end{cases}$$

donde:

$PCia_i^k$, es la participación de mercado de la Institución en términos de montos afianzados suscritos, y se calcula como:

$$PCia_i^k = \frac{MAS_i^{k,cia}}{\sum_{cia} MAS_i^{k,cia}}$$

VI. Con los índices de proyección de recuperación de garantías señalados en las fracciones III y IV anteriores, se simularán las recuperaciones de garantías futuras retenidas de la Institución de que se trate, $FRG_{i,j}^k$, por cada uno de los años de origen i y años futuros de desarrollo j, conforme a lo siguiente:

$$FRG_{i,j}^k = RP_i^k * FRGR_i^k * \left[\ {}^{sim}IRG_j^k * \left(1 - Cr_i^k\right) + \ {}^{sim}IRG_j^{k,cia} * Cr_i^k \right]$$

donde:

${}^{sim}IRG_j^k$ es el factor de proyección de recuperación de garantías, elegido aleatoriamente del conjunto de factores $\{IRG_j^k\}$;

${}^{sim}IRG_j^{k,cia}$ es el factor de proyección de recuperación de garantías de la Institución, elegido aleatoriamente del conjunto de factores $\{IRG_j^{k,Cia}\}$, y

$FRGR_i^k$ es el factor de retención de recuperación de garantías, determinado como la diferencia entre la unidad y el cociente que resulte de dividir el monto de reclamaciones pagadas cedidas en el año de origen i $(MRPC_i^k)$, entre el monto de reclamaciones pagadas totales provenientes del mismo año de origen $(MRPT_i^k)$, es decir, el factor de retención de recuperación de garantías provenientes de un mismo año de origen i se estimarán como:

$$FRGR_i^k = 1 - \frac{MRPC_i^k}{MRPT_i^k}$$

VII. Con base en las simulaciones se obtendrán escenarios diversos del valor que podría alcanzar en el futuro la recuperación de garantías, sumando el monto futuro de la recuperación de garantías simuladas, por cada año de origen y año de desarrollo.

ANEXO 6.6.4-d.

VALORES PERCENTILES DE MERCADO, DE LOS ÍNDICES DE RECLAMACIONES PAGADAS, PARA OPERACIONES DE REAFIANZAMIENTO TOMADO

Para efectos del cálculo del RCS, en el caso de operaciones de reafianzamiento tomado, se deberán utilizar los siguientes valores, conforme a lo indicado en la Disposición 6.6.4 de la CUSF.

I. Valor percentil al 99.5% del índice de reclamaciones pagadas:

Ramo o tipo de fianza	Índice percentil
De fidelidad a primer riesgo	100.00%
Otras de fidelidad	11.20%
Judiciales que amparan a conductores de vehículos automotores	9.64%
Otras judiciales	4.62%
Administrativas	0.72%
De crédito	2.17%

II. Factores de proporción entre montos afianzados suscritos y primas

Ramo o tipo de fianza	Factor
De fidelidad a primer riesgo	1.00
Otras de fidelidad	16.34
Judiciales que amparan a conductores de vehículos automotores	41.80
Otras judiciales	35.05
Administrativas	80.13
De crédito	41.80

ANEXO 6.7.8.

PONDERADORES Y GRADOS DE RIESGO ASOCIADOS A OTRAS CONTRAPARTES Y GARANTÍAS

Las operaciones a las que se refiere la fracción II de la Disposición 6.7.4, así como las garantías reales financieras o personales utilizadas por las Instituciones para llevar a cabo la cobertura del riesgo, deberán ponderarse de acuerdo al grado de riesgo que corresponda a la contraparte o emisor de la cobertura con la cual se llevó a cabo la operación.

Para efectos de determinar el ponderador de riesgo asociado, las Instituciones deberán identificar dicha contraparte o emisor de la garantía en el grupo que corresponda de acuerdo a lo siguiente:

Grupo I

El grupo I estará integrado por:

I. Operaciones con o a cargo del Banco de México.

II. Operaciones con o a cargo del Gobierno Federal.

III. Operaciones con o a cargo del Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB)

IV. Operaciones con o a cargo de cualquiera de los siguientes organismos: Banco de Pagos Internacionales, Fondo Monetario Internacional, Banco Central Europeo y Comunidad Europea.

V. Las demás operaciones autorizadas que se asimilen a este grupo.

Las operaciones y activos con o a cargo de las personas comprendidas en este grupo, tendrán una ponderación por riesgo de 0 (cero) por ciento.

Grupo II

El grupo II estará integrado por:

I. Operaciones con o a cargo de gobiernos centrales de países extranjeros y/o sus bancos centrales.

II. Operaciones con o a cargo de organismos multilaterales de desarrollo o fomento de carácter internacional.

III. Las demás operaciones autorizadas que se asimilen a este grupo.

Las operaciones con o a cargo de las personas comprendidas en este grupo deberán ser ponderadas conforme al grado de riesgo a que corresponda la calificación crediticia asignada por alguna Institución Calificadora al emisor o contraparte de que se trate, según lo dispuesto en la tablas 6.7.8.-a) y 6.7.8.-b) del presente Anexo. En caso de no existir calificación para el emisor o la contraparte de que se trate, la ponderación por riesgo será la indicada en la tabla 6.7.8.-a) para operaciones del grupo II no calificadas.

Las operaciones señaladas en la fracción II de este grupo que cumplan con los requisitos siguientes, tendrán una ponderación por riesgo de 0 (cero) por ciento:

1. Calificación de emisor a largo plazo ubicada en grado de riesgo 1;

2. Estructura accionaria, que en gran proporción sea de Estados soberanos con calificaciones de emisor a largo plazo correspondientes a grado de riesgo 2 o mejor, o bien, la mayoría del financiamiento del organismo multilateral de desarrollo o fomento de carácter internacional, se realice en forma de acciones o capital abonado y el grado de apalancamiento no exista o sea muy reducido;

3. Fuerte respaldo accionario exhibido por: el volumen de capital desembolsado por los accionistas, el capital adicional que los organismos multilaterales de desarrollo o fomento de carácter internacional tienen derecho a exigir en caso necesario al objeto de amortizar sus pasivos, y las continuas aportaciones de capital y nuevos compromisos de aportación por parte de los accionistas soberanos;

4. Tenga un adecuado nivel de capital y liquidez; y

5. Presente requisitos reglamentarios estrictos para la concesión de créditos y políticas financieras conservadoras, incluyendo, entre otras, las condiciones siguientes:

   a) Proceso estructurado de aprobación, límites internos a la capacidad crediticia y a la concentración de riesgos (por país, sector y categoría individual de riesgo y crédito),

   b) Aprobación de los créditos más importantes por el consejo de administración o por un comité de consejo de administración,

   c) Calendarios fijos de amortización,

   d) Seguimiento eficaz del uso de los fondos del crédito,

   e) Examen del estado del préstamo,

   f) Evaluación rigurosa del riesgo y

   g) Dotación de provisiones para insolvencias.

Grupo III

El grupo III estará integrado por:

I. Depósitos y operaciones con o a cargo de entidades financieras filiales de instituciones de banca múltiple.

II. Depósitos y operaciones con o a cargo de instituciones de banca múltiple y de casas de bolsa, constituidas en México.

III. Las demás operaciones autorizadas que se asimilen a este grupo.

Las operaciones con o a cargo de las personas comprendidas en este grupo deberán ser ponderadas conforme al grado de riesgo a que corresponda la calificación crediticia asignada por alguna Institución Calificadora al emisor o contraparte de que se trate, según lo dispuesto en tablas 6.7.8.-a) y 6.7.8.-b) del presente Anexo. En caso de no existir calificación para el emisor o la contraparte de que se trate, la ponderación por riesgo será la indicada en la tabla 6.7.8-a) para operaciones del grupo III no calificadas.

Asimismo, las operaciones con o a cargo de instituciones de banca múltiple que no cuenten con al menos dos calificaciones o que estas instituciones no las revelen, estarán sujetas a una ponderación por riesgo de 50 por ciento.

Grupo IV

El grupo IV estará integrado por:

I. Depósitos y operaciones con o a cargo de instituciones de banca de desarrollo.

II. Operaciones con o a cargo de fideicomisos públicos constituidos por el Gobierno Federal para el fomento económico.

III. Operaciones con o a cargo de organismos descentralizados del Gobierno Federal.

IV. Las demás operaciones autorizadas que se asimilen a este grupo.

Las operaciones comprendidas en este grupo tendrán una ponderación por riesgo de 20 por ciento.

Sin perjuicio de lo establecido en el párrafo anterior, las operaciones con o a cargo de instituciones de banca de desarrollo en las que, conforme a sus respectivas leyes orgánicas, el Gobierno Federal responda en todo tiempo por dichas operaciones, tendrán una ponderación por riesgo de 0 (cero) por ciento.

Grupo V

El grupo V estará integrado por:

El grupo V estará integrado por operaciones con o a cargo del Gobierno del Distrito Federal, de los estados y de los municipios, o sus organismos descentralizados, o avaladas o garantizadas por el estado al que dichos municipios u organismos pertenezcan.

Las operaciones comprendidas en este grupo no serán sujetas de reconocimiento de garantías reales o personales que ya hayan sido consideradas al momento de su calificación.

Las operaciones comprendidas en este grupo tendrán una ponderación por riesgo de:

I. El 20 por ciento si se encuentran registrados ante la Secretaría, cuentan con calificaciones de al menos dos Instituciones Calificadoras autorizadas y la calificación otorgada al estado, municipio u organismo descentralizado de que se trate corresponde al menos a la segunda categoría de calificación siguiente inferior a la calificación otorgada al Gobierno Federal, según la escala que corresponda, corto plazo o largo plazo y deuda en pesos o deuda en moneda extranjera.

II. El 50 por ciento si se encuentran registrados ante la Secretaría, cuentan con calificaciones de al menos dos Instituciones Calificadoras autorizadas y la calificación otorgada al estado, municipio u organismo descentralizado de que se trate se encuentra en la tercera o cuarta categoría de calificación siguiente inferior a la calificación otorgada al Gobierno Federal, según la escala que corresponda, corto plazo o largo plazo y deuda en pesos o deuda en moneda extranjera.

III. El 115 por ciento si se encuentran registrados ante la Secretaría, cuentan con calificaciones de al menos dos Instituciones Calificadoras autorizadas y la calificación otorgada al estado, municipio u organismo descentralizado de que se trate es menor a la cuarta categoría de calificación siguiente inferior a la calificación otorgada al Gobierno Federal, según la escala que corresponda, corto plazo o largo plazo y deuda en pesos o deuda en moneda extranjera.

IV. El 150 por ciento si no se encuentran registrados ante la Secretaría o no cuentan con al menos dos calificaciones de dos Instituciones Calificadoras autorizadas.

Para determinar la diferencia entre las categorías de calificación a que se refieren las fracciones I, II y III anteriores, se tomarán las calificaciones de aquella Institución Calificadora que registre la mayor diferencia entre la categoría relativa al Gobierno Federal y la categoría relativa al Estado, municipio u organismo descentralizado de que se trate.

Los créditos y valores a cargo de municipios o sus organismos descentralizados que no cuenten con calificación propia, pero que estén avalados o garantizados por el estado al que pertenezcan, tendrán el porcentaje de ponderación que corresponda a dicho estado por una operación similar, conforme a los numerales I a IV anteriores.

Para efectos de lo establecido en las fracciones I a IV anteriores se entenderá como categoría de calificación siguiente inferior al grado de calificación otorgado por las Instituciones Calificadoras reconocidas, representado por letras, que a su vez podrán tener diferentes niveles representados por números y/o signos que representen una calificación menor inmediata respecto a otra determinada, con base en las variaciones de las letras.

Grupo VI

En el grupo VI se deberán considerar:

Operaciones con o a cargo de personas morales, o físicas con actividad empresarial, cuyo importe no exceda el equivalente en moneda nacional a cuatro millones de UDIs y que cuenten con una calificación crediticia asignada por alguna de las Instituciones Calificadoras al emisor o contraparte de que se trate. El ponderador por riesgo será determinado conforme al grupo VII-A.

Grupo VII-A

En el grupo VII-A se clasificarán:

I. Las operaciones con o a cargo de personas morales o físicas con actividad empresarial que, individualmente o en su conjunto, respecto del mismo emisor o contraparte, sean iguales o mayores al importe equivalente en moneda nacional a cuatro millones de UDIs, no incluidas en los grupos anteriores.

No se reconocerán las garantías reales o personales de las operaciones comprendidas en este grupo que ya hayan sido consideradas en la calificación otorgada por una Institución Calificadora.

Las operaciones comprendidas en este grupo deberán ser ponderadas conforme al grado de riesgo a que corresponda la calificación crediticia asignada por alguna de las Instituciones Calificadoras al emisor o contraparte de que se trate, según lo dispuesto en tablas 6.7.8.-a) y 6.7.8.-b) del presente Anexo. En caso de no existir calificación para el emisor o contraparte de que se trate, la ponderación por riesgo será la indicada en la tabla 6.7.8.-a) para operaciones del Grupo VII no calificadas.

Grupo VII-B

En el grupo VII-B se clasificarán las operaciones con o a cargo de personas morales o físicas con actividad empresarial, que, individualmente o en su conjunto, respecto del mismo emisor o contraparte, sean iguales o mayores al importe equivalente en moneda nacional a cuatro millones de UDIs, no incluidas en los grupos anteriores y se traten de créditos otorgados para proyectos de infraestructura.

Las operaciones comprendidas en este grupo no serán sujetas de reconocimiento de garantías reales o personales que ya hayan sido consideradas en la calificación crediticia asignada por alguna de las Instituciones Calificadoras.

Las operaciones comprendidas en este grupo deberán ser ponderadas, conforme al grupo anterior tratándose de la parte no cubierta de los créditos comprendidos en este grupo. Por lo que respecta a la parte cubierta de los créditos comprendidos en este grupo, tendrá una ponderación por riesgo de:

I. De 20 por ciento si son créditos otorgados a concesionarios que:

   a) Cuentan con contratos de prestación de servicios celebrados con dependencias, estados, municipios y sus organismos descentralizados o desconcentrados, así como otras entidades del sector público;

   b) Dichos organismos públicos se obligan al pago de una tarifa para cubrir la inversión financiada con deuda, y

   c) La obligación señalada en el inciso b) anterior está garantizada o respaldada con participaciones de ingresos federales, o bien, con presupuesto federal, ya sea a través de un fideicomiso o por medio de una línea de crédito contingente otorgada por la banca de desarrollo a las dependencias, entidades u organismos referidos.

II. De 20 por ciento si son créditos que cuenten con garantías irrevocables e incondicionales otorgadas por la banca de desarrollo, por fideicomisos públicos constituidos por el Gobierno Federal para el fomento económico, o por el Fondo Nacional de Infraestructura.

III. De 0 (cero) por ciento si son créditos para proyectos de infraestructura que cuenten con garantías irrevocables e incondicionales a cargo de organismos multilaterales de desarrollo o fomento de carácter internacional que cumplan con los requisitos establecidos en el Grupo II.

Grupo VIII

El grupo VII se integrará por cualquier operación no comprendida en los grupos del I a VII teniendo una ponderación por riesgo de 100 por ciento.

Tabla 6.7.8.-a) Correspondencia de Calificaciones y Grados de Riesgo a Largo Plazo

Grados de Riesgo Método Estándar	Escalas de Calificación Reconocidas									Ponderador de Riesgo		
	Escala Global				Escala Local México							
	S&P	MOODY'S	FITCH	HR RATINGS	S&P	MOODY'S	FITCH	HR RATINGS	VERUM	Grupo II	Grupo III	Grupo VI y VII
1	AAA AA+ AA AA-	Aaa Aa1 Aa2 Aa3	AAA AA+ AA AA-	HR AAA (G) HR AA+ (G) HR AA (G) HR AA- (G)						0%	20%	20%
2	A+ A A-	A1 A2 A3	A+ A A-	HR A+ (G) HR A (G) HR A- (G)	mxAAA	Aaa.mx	AAA (mex)	HR AAA	AAA/M	20%	20%	20%
3	BBB+ BBB BBB-	Baa1 Baa2 Baa3	BBB+ BBB BBB-	HR BBB+ (G) HR BBB (G) HR BBB- (G)	mxAA+ mxAA mxAA-	Aa1.mx Aa2.mx Aa3.mx	AA+ (mex) AA (mex) AA- (mex)	HR AA+ HR AA HR AA-	AA+/M AA/M AA-/M	50%	20%	50%
4	BB+ BB BB-	Ba1 Ba2 Ba3	BB+ BB BB-	HR BB+ (G) HR BB (G) HR BB- (G)	mxA+ mxA mxA- mxBBB+ mxBBB mxBBB-	A1.mx A2.mx A3.mx Baa1.mx Baa2.mx Baa3.mx	A+ (mex) A (mex) A- (mex) BBB+ (mex) BBB (mex) BBB- (mex)	HR A+ HR A HR A- HR BBB+ HR BBB HR BBB-	A+/M A/M A-/M BBB+/M BBB/M BBB-/M	100%	20%	100%
5	B+ B B-	B1 B2 B3	B+ B B-	HR B+ (G) HR B (G) HR B- (G)	mxBB+ mxBB mxBB-	Ba1.mx Ba2.mx Ba3.mx	BB+ (mex) BB (mex) BB- (mex)	HR BB+ HR BB HR BB-	BB+/M BB/M BB-/M	100%	20%	100%
6	CCC CC C e inferiores	Caa Ca C e inferiores	CCC CC C e inferiores	HR C+ (G) HR C (G) HR C- (G) e inferiores	mxB+ mxB mxB- mxCCC mxCC e inferiores	B1.mx B2.mx B3.mx Caa1.mx Caa2.mx Caa3.mx Ca.mx C.mx e inferiores	B+ (mex) B (mex) B- (mex) CCC (mex) CC (mex) C (mex) e inferiores	HR B+ HR B HR B- HR C+ HR C HR C- e inferiores	B+/M B/M B-/M C/M D/M e inferiores	150%	20%	150%
No Calificado										100%	50%	100%

Tabla 6.7.8.-b). Tabla de Correspondencia de Calificaciones y Grados de Riesgo a Corto Plazo

Grados de Riesgo Corto Plazo Método Estándar	Escalas de Calificación Reconocidas									Ponderador de Riesgo
	Escala Global				Escala Local México					
	S&P	MOODY'S	FITCH	HR RATINGS	S&P	MOODY'S	FITCH	HR RATINGS	VERUM	
1	A-1+ A-1	P-1	F1+ F1	HR+1 (G) HR1 (G)	mxA-1+ mxA-1	MX-1	F1+(mex) F1 (mex)	HR+1 HR1	1+/M 1/M	20%
2	A-2	P-2	F2	HR2 (G)	mxA-2	MX-2	F2 (mex)	HR2	2/M	50%
3	A-3	P-3	F3	HR3 (G)	mxA-3	MX-3	F3 (mex)	HR3	3/M	100%
4	B		B	HR4 (G)	mxB		B (mex)	HR4	4/M	120%
5	C	NP	C	HR5 (G)	mxC e inferiores	MX-4 e inferiores	C (mex) e inferiores	HR5 e inferiores	D/M e inferiores	150%

Los créditos a corto plazo no calificados serán ponderados al 100%.

ANEXO 6.7.16.

OTRAS GARANTÍAS REALES

Las Instituciones podrán considerar las garantías reales sobre bienes muebles o inmuebles otorgadas por medio de fideicomiso de garantía, siempre y cuando se cumpla con los siguientes requisitos:

I. El fideicomiso sea de carácter irrevocable;

II. El fiduciario sea una institución de crédito que no se encuentre bajo el control directo o indirecto de la misma persona o grupo que controla a la institución que otorga el crédito, y

III. Los bienes que conformen el patrimonio del fideicomiso no puedan ser restituidos sino hasta que el crédito sea pagado.

ANEXO 6.7.20.

FACTORES DE AJUSTE ESTÁNDAR PARA GARANTÍAS REALES Y POSICIONES EN LA TÉCNICA INTEGRAL

Los siguientes factores de ajuste están expresados en porcentajes, suponiendo una valoración diaria del activo a precios de mercado y un periodo de retención de 10 días hábiles:

Factores de Ajuste e Instrumentos y Activos

<table>
<tr><th colspan="2">Instrumentos y Activos</th><th colspan="2">Factores de Ajuste</th></tr>
<tr><th>Grado de Riesgo ANEXO 6.7.8.</th><th>Vencimiento Restante</th><th>Soberanos
%</th><th>Otros Emisores
%</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Menor o igual a 1 año</td><td>0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>De 1 a 5 años</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Mayor a 5 años</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2, 3
incluye valores bancarios no calificados</td><td>Menor o igual a 1 año</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>De 1 a 5 años</td><td>3</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Mayor a 5 años</td><td>6</td><td>12</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Todos</td><td>15</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Acciones y títulos convertibles incluidos en índices principales</td><td colspan="2">15</td></tr>
<tr><td colspan="2">Otros valores y títulos convertibles cotizados en mercados reconocidos.
Valores con grados de riesgo 5 ó 6.</td><td colspan="2">25</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fondos de Inversión</td><td colspan="2">El factor de ajuste aplicable será el mayor que presenten los instrumentos en que tenga permitido invertir la Sociedad.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Efectivo</td><td colspan="2">0</td></tr>
</table>

ANEXO 6.10.6.

PROCEDIMIENTO PARA LA ENTREGA DEL SISTEMA DE CÓMPUTO PARA EL CÁLCULO DEL RCS DE LAS INSTITUCIONES MEDIANTE EL EMPLEO DE LA FÓRMULA GENERAL PREVISTA EN EL ARTÍCULO 236 DE LA LISF.

La entrega del sistema de cómputo el cual se identificará como "Sistema RCS-FG", con el cual debe efectuarse el cálculo del RCS que realicen las Instituciones mediante el empleo de la fórmula general prevista en el artículo 236 de la LISF, será proporcionado conforme a lo siguiente:

I. La entrega del "Sistema RCS-FG" se hará a todas las Instituciones que estén autorizadas para operar seguros y/o fianzas.

II. La entrega del "Sistema RCS-FG" se realizará por la Dirección General de Informática de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, ubicada en Av. Insurgentes Sur 1971, Torre Norte, 1er. piso, Colonia Guadalupe Inn, C. P. 01020, México D. F., en horario de 9:00 a 14:00 horas y de 15:00 a 18:00 en días hábiles.

III. Para efectos de la entrega del "Sistema RCS-FG" podrá acudir cualquier persona, quien deberá exhibir (en original y copia) una carta del director técnico o director general de la Institución, en la cual se le autorice para recibir dicho sistema, así como original y copia de su identificación oficial.

IV. Junto con el "Sistema RCS-FG" se entregará el manual de instalación y operación del mismo, el cual se encontrará en el disco de instalación que será proporcionado a las Instituciones.

V. La versión del "Sistema RCS-FG" que deberá utilizarse para el cálculo del RCS que realicen las Instituciones mediante el empleo de la fórmula general prevista en el artículo 236 de la LISF es la versión 1.0.

ANEXO 7.2.5.

ESCENARIOS ESTATUTARIOS PARA LA REALIZACIÓN DE LA PRUEBA DE SOLVENCIA DINÁMICA

I. Las Instituciones de Seguros deberán realizar la prueba de solvencia dinámica correspondiente al ejercicio de 2015, aplicando los supuestos indicados en los siguientes escenarios estatutarios, a cada uno de los ramos o tipos de seguro en los cuales la institución tenga operaciones, conforme se indica a continuación:

Prima Emitida

El monto de la prima emitida en cada uno de los años de proyección, tanto para el seguro directo como para el reaseguro tomado, correspondiente al escenario estatutario (PE_t) deberá determinarse como el monto de prima emitida estimado por la institución con su escenario base (PE_t^{cia}) en cada ramo o tipo de seguro, que haya resultado del análisis de sus tendencias de incremento o decremento de sus volúmenes de prima o que respondan a expectativas de crecimiento basadas en sus planes de desarrollo de negocios, disminuido en los porcentajes (F_t) indicados a continuación:

$$PE_t = PE_t^{cia} * (1 - F_t) \qquad \forall\, t = 1, 2, 3, 4, 5$$

Ramo o Tipo de Seguro	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Seguros de Vida					
Individual	15%	15%	15%	15%	15%
Grupo	22%	22%	22%	22%	22%
Colectivo					
Seguros de Pensiones Derivados de las Leyes de Seguridad Social	0%	0%	0%	0%	0%
Seguros de Accidentes y Enfermedades					
Gastos Médicos	10%	10%	10%	10%	10%
Accidentes Personales	20%	20%	20%	20%	20%
Salud	10%	10%	10%	10%	10%

Seguros de Daños					
Automóviles	20%	20%	20%	20%	20%
Crédito	40%	40%	40%	40%	40%
Responsabilidad Civil y Riesgos Profesionales	26%	26%	26%	26%	26%
Terremoto y Otros Riesgos Catastróficos	11%	11%	11%	11%	11%
Incendio	15%	15%	15%	15%	15%
Agrícola y de Animales	20%	20%	20%	20%	20%
Diversos	15%	15%	15%	15%	15%
Marítimo y Transportes	8%	8%	8%	8%	8%
Garantía Financiera	40%	40%	40%	40%	40%
Crédito a la Vivienda	40%	40%	40%	40%	40%

Prima Cedida

El monto de la prima cedida en cada uno de los años de proyección (PC_t), tanto para el seguro directo como para el reaseguro tomado, correspondiente al escenario estatutario deberá determinarse, aplicando a los montos de prima emitida de los escenarios estatutarios (PE_t), los propios índices porcentuales de prima cedida de cada ramo o tipo de seguro supuestos por la institución en su escenario base (FPC_t^{cia}), tomando en cuenta sus políticas de cesión de negocios, o que respondan a políticas futuras de cesión de negocios, en los casos en que no se cuente con experiencia de años anteriores o cuando se tengan elementos que permitan prever cambios futuros en los niveles de cesión de primas.

$$PC_t = PE_t * FPC_t^{cia} \qquad \forall\, t = 1, 2, 3, 4, 5$$

Costos Netos de Adquisición

El monto del costo neto de adquisición en cada uno de los años de proyección, tanto para el seguro directo como para el reaseguro tomado, correspondiente al escenario estatutario deberá determinarse aplicando a los montos de prima emitida o prima retenida de los escenarios estatutarios, los propios índices de costos netos de adquisición de cada ramo o tipo de seguro supuestos por la institución en su escenario base, tomando en cuenta sus niveles actuales de costos de adquisición y sus políticas futuras de negocios.

Siniestros Brutos

El monto de los siniestros brutos en cada uno de los años de proyección, tanto para el seguro directo, como para el reaseguro tomado, correspondiente al escenario estatutario (SE_t), deberá determinarse aplicando a los montos de prima emitida de los escenarios estatutarios (PE_t), los propios índices de siniestralidad estimados por la institución en su escenario base para cada ramo o tipo de seguro (FS_t^{cia}), tomando en cuenta sus patrones de siniestralidad, o los patrones de siniestralidad del mercado asegurador, cuando la institución carezca de experiencia propia, aumentando los montos así obtenidos, en los porcentajes (ΔS_t), indicados a continuación:

$$SE_t = SE_t^{cia} * (1 - \Delta S_t) \qquad \forall\, t = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$SE_t^{cia} = PE_t * FS_t^{cia} \qquad \forall\, t = 1, 2, 3, 4, 5$$

(Continúa en la Cuarta Sección)